Notiser

Rettelse

Presentasjonen av Eulers bevis for perfekte partall i min artikkel *Perfekte tall – Elementære betraktninger* i hefte nr. 4 i årgangen 2003 av Normat er ufullstendig. På side 165 linje 10 skriver jeg: «Hvis $c > 1$ får vi at divisorsummen $B \geq 2^{m+1} - 1 + b + c + 1$ ved å legge sammen opplagte divisorer.» Tilfellet der $2^{m+1} - 1 = c$ er imidlertid ikke dekket av beviset. Da vil man nemlig få færre «opplagte» divisorer og det gjelder å vise hvorfor man ikke kan havne i den situasjonen.

Hvis $2^{m+1} - 1 = c$, så er $b = c^2$ et odde kvadrat og divisorsummen B for b er $B = 2^{m+1}c$ som er et partall. Dette kan ikke gå an. Divisorsummen for en jamn primtallspotens er nemlig $\sigma(p^{2a}) = 1 + p + p^2 + \cdots + p^{2a}$ som er odde siden et odde antall oddetall legges sammen. Da gjelder det samme også for et oddetall b som er satt sammen av flere primtallspotenser med jamn eksponent, siden divisorsummene bare multipliseres sammen. Denne observasjonen går tilbake til Descartes, som påviste at intet odde kvadrattall kan være perfekt fordi antall divisorer til et kvadrat er odde. Jeg vil rette en takk til Helge Tverberg, som gjorde meg oppmerksom på hullet i beviset.

Christoph Kirfel

En fjerdegradsligning og dens Galois-gruppe – tillegg

I min artikkel i dette heftet er det en utestående problemstilling: Finnes det eksempler på fjerdegradsligninger $Q(x) = 0$ (se side 172) med Galois-gruppe $\mathbb{Z}_4$?

Det kan vises at $\mathbb{Z}_4$ aldri kan opptre som Galois-gruppe. For i så fall måtte diskriminanten til $Q(x) = 0$ være 2 ganger et kvadrattall, og $Q(x)$ være redusibel over $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$. Ved bruk av kongruensregning gir dette betingelser på a, b og c som gir en selvmotsigelse. For detaljer, se `http://mathforum.org/epigone/sci.math.research/twomprendlex`.

Det nevnes til slutt at når a, b og c er positive hele tall med $c \leq a + b$ og $Q(x)$ er irredusibel så kan ikke Galois-gruppen være abelsk, og da heller ikke $\mathbb{Z}_4$. Det er nok å vise at ligningen i så tilfelle har både reelle og komplekse røtter. Slike moniske irredusible fjerdegradsligninger med heltallskoeffisienter kan ikke ha abelske Galois-grupper, se `http://mathforum.org/epigone/sci.math.research/yecholloi`.

Kent Holing