

Bøker

Jan Lundgren, Mikael Rönnqvist och Peter Vårbrand: *Optimeringslära*. Studentlitteratur, Lund 2003. ISBN 91-44-03104-1.

Boken *Optimeringslära* ger en trevlig och lättläst introduktion till optimeringslära. Författarna har utnyttjat sin breda kompetens från många tillämpningsområden till att skriva en bok som ger en välbalanserad blandning av motiverande exempel och matematisk beskrivning.

Inledningsvis ges ett antal tillämpningsproblem, för att fånga läsarens nyfikenhet. Därefter behandlas optimeringsproblem av olika klasser. Dessa kommer i en naturlig följd, där man börjar med det enklaste och successivt tittar på allt svårare problemklasser. Först kommer linjärprogrammering, med tillhörande känslighetsanalys och dualitet. Simplexmetoden beskrivs på ett lättfattligt sätt genom ett inledande exempel, och därefter de algebraiska stegen. Nätverksproblem, dekomposition, kolumngenerering och inre punktmetoder behandlas också.

Ickelinjär optimering inleds med en diskussion av konvexitet. Därefter beskrivs problem utan bivillkor följt av ickelinjära problem med bivillkor. Optimalitetsvillkor tas fram och grundläggande metoder beskrivs. Optimalitetsvillkoren tas fram genom en geometrisk betraktelse, vilket är illustrativt. För problem utan bivillkor beaktas såväl första som andra ordningens me-

toder, brantaste-lutningsmetod respektive Newtonmetod. För problem med bivillkor beaktas Frank–Wolfemetoden, straff- och barriärmetoder. Jag skulle gärna sett att även sekvensiell kvadratisk programmering ingick, då man speciellt behandlar kvadratisk programmering.

Det tredje stora avsnittet är linjär heltalsprogrammering. Även här finns en illustrativ inledning med exempel, följt av modelleringsaspekter. Olika metodklasser beskrivs, från trädsökning till heuristiska metoder. Därefter kommer ett avsnitt om dynamisk programmering. Slutligen ges ett par avsnitt om modelleringspråk, där modellering i Excel och Ampl beskrivs. Detta gör att boken, på sin nivå, blir komplett. Läsaren får en orientering om allt från modeller och metoder till en beskrivning av hur problem kan modelleras och lösas praktiskt.

Boken används bland annat på några grundläggande optimeringskurser på KTH. Bland studenterna har denna lättillgängliga bok, skriven på svenska, blivit mycket uppskattad. Den nivå boken är skriven på medför med nödvändighet att vissa matematiskt tyngre bevis är utelämnade, exempelvis stark dualitet för linjärprogrammering. Detta är dock tydligt markerat i texten. Sammanfattningsvis, en välskriven bok som säkert kommer att uppskattas som introduktionstext till optimeringslära.

Anders Forsgren

Pablo Pedregal: *Introduction to Optimization*. Springer-Verlag, New York 2004. ISBN 0-387-40398-1.

I boken *Introduction to Optimization* hittar vi en mycket bred introduktion till optimeringslära. Den täcker i stort sett allt från linjärprogrammering till

optimal styrteori på ett kompakt format. Det är ett lättläst och välstrukturerat material som ger en fin introduktion till de olika avsnitten, utan att gå på djupet.

Efter in allmän introduktion kommer ett avsnitt om linjärprogrammering. Här beskrivs simplexmetoden, dualitet och heltalsprogrammerings som en utvidgning.

Sedan kommer ickelinjär optimering, med en diskussion om konvexitet och optimalitetsvillkor. Det ges en kortfattade beskrivning av metoder för problem utan bivillkor, straff- och barriärmetoder, utökade Lagrangianmetoder och duala metoder.

Efter detta behandlas variationsproblemen och dynamisk programmering. Ett flertal olika problemklasser av variationsproblem beskrivs. Illustrativa exempel kompletterar fint den matematik som diskuteras. Boken avslutas med ett avsnitt om optimal styrteori. Här beskrivs bland annat Pontryagins maximumprincip.

Sammanfattningsvis är detta en bok som på ett kompakt och lättillgängligt format behandlar ett mycket brett spektrum av optimeringlära. Som författaren framhåller i förordet, knyter boken samman områden som oftast behandlas separat. Vissa matematiskt tyngre avsnitt är utelämnade, av naturliga skäl, för att uppnå ett så kompakt format. Dessutom är i vissa fall den matematiska precisheten inte den allra högsta. Bokens styrka är dess bredd. Jag är inte säker på att den hittar så stort användningsområde som undervisningsmaterial, just därför att få kurser har denna bredd. Dock är det en mycket bra referenstext för den som vill skaffa sig en introduktion till dessa områden och en bred översikt.

Anders Forsgren

Otto B. Bekken, Reidar Mosvold (red): *Study the Masters. The Abel–Fauvel Conference, Gimlekollen Mediacentre – Kristiansand June 12–15, 2002*. NCM, 2003, 310 sider. ISBN 91–85143–00–6.

Dette er proceedings fra en konferanse som ble holdt i Kristiansand i juni 2002. Konferansens mål var uttrykt slik:

To present, discuss and develop concrete ideas from the history of mathematics, which can be used to motivate, illustrate and enhance the understanding of some key concepts and methods from the mathematics curriculum.

Heftet er tilegnet John Fauvel (1947–2001), en velkjent matematikkhistoriker og forkjemper for bruk av matematikkens historie i matematikkundervisningen.

Heftets tittel er hentet fra en bemerkning Abel skrev (på fransk) i marginen av en notatbok fra Paris i 1826: *Det forekommer meg at hvis man ønsker å gjøre fremskritt i matematikken bør man studere mestrene og ikke elevene*. (Undertegnetes oversettelse, fra engelsk.)

Heftet inneholder 27 artikler, fordelt på underavdelinger med titler som *Abelian connections*, *Why history?*, *Nordic themes*, *Euclid is always useful* og *Ideas of 17th century Europe*.

Som man kan forvente går en idé som en rød tråd gjennom flere av artiklene, nemlig at matematikkens historie kan virke inspirerende og motiverende i matematikkundervisningen. Mange vil nok kunne finne idéer til å berike sin egen undervisning her, men en utnyttelse av disse idéene vil kreve en betydelig egeninnsats: Man finner ingen fiks ferdige oppskrifter på hvordan matematikkhistoriske momenter kan inkorporeres i undervisningen.

I boken finner vi artikler som først og fremst fokuserer på enkeltstående aspekter ved matematikkens historie, men også artikler om matema-

tikkundervisningens historie, først og fremst i Norden. Det viser seg nok at mange av dagens pedagogiske debatter ikke er så svært forskjellige fra de som gikk for godt over hundre år siden.

Et begrep man ofte støter på er den *genetiske metode* i matematikkundervisningen. Dette kan bety mange forskjellige ting: For eksempel den historisk genetiske metode, eller den tanke at man underviser begrepene i den rekkefølge de oppsto, i stedet for i den rekkefølge man idag – med eller uten rette – anser som den mest logiske. Eller man har den logisk genetiske metode, hvor man starter med det enkle og konkrete og beveger seg mot det abstrakte og kompliserte. Flere av forfatterne berører disse begrepene i sine artikler, og en av dem (Reidar Mosvold) gir en grei historisk oversikt og forklarer noen av forskjellene mellom de mange forskjellige metodene med dette navnet.

Vi lærer også – uten at *det* er så overraskende – at historiske temaer behandles svært stemoderlig i moderne matematikkbøker, og at fremstillingen ofte inneholder feil eller ikke har noen tydelig forbindelse til matematikken som undervises. Dette er åpenbart synd, og det vil være et stort og viktig arbeid å rette opp dette misforholdet.

En typografisk merkverdighet i et ellers rimelig enhetlig utseende verk stikker dessverre så langt frem i dagen at det vil distrahere selv en leser helt uten interesse for typografi: Matematikken i noen artikler er satt med en skriftstørrelse rundt 50% større enn brødeteksten – og det er svært mye. Noen historiske tekster som er gjengitt i faksimile har også fått en alt for dårlig kvalitet, men de er fortsatt lesbare. Disse innvendigene skulle ikke være til noen hindring for interesserte lesere.

HH-O

Kommentar til en anmeldelse

I Normat nummer 3 for for 2004 har Bent Birkeland en anmeldelse av mine to bind [5] og [6] om Matematikkens historie. Det er en anmeldelse som avsluttes med denne konklusjonen:

Bøkene kan fungere bra som fritidslesning, hvis de leses med kritikk. Men lesere som søker seriøs orientering i matematikkhistorien, eller som vil undervise i faget, bør foretrekke en av de mange gode engelsk-språklige bøkene som finnes, for eksempel den av Victor Katz, som ser ut til å være en av Holmes hovedkilder.

For å ta det siste først. Katz har skrevet to forholdsvis elementære lærebøker om matematikkens historie, begge meget gode bøker. En av de mange kildene jeg henviser til er [8], så jeg går ut fra at dette er boken anmelderen sikter til. Det er en ganske tunglest bok på mer enn 800 tettskrevne sider. Dersom en skal gi en innføring i matematikkens historie, for eksempel som en del av lærerutdanning i matematikk, vil jeg tro at denne boken faller vanskelig. Men boken er godt egnet som grunnlag for et videregående studium. Mine to bøker er ment som en innføring på norsk, på samme nivå men mer omfattende enn [1]. Jeg har altså ikke hatt ambisjoner om å skrive en mer avansert tekst, som for eksempel til hovedfagsundervisning i matematikkens historie. At anmelderen synes bøkene mine kan egne seg som fritidslesning, er et lyspunkt i en ellers negativ omtale. Når jeg gir så mange henvisninger til Katz og andre kilder som [2], [3], [10] eller [13] er det jo nettopp for å vekke interessen for å oppsøke noen av disse eller andre mer avanserte bøker om emnet senere. En annen viktig kilde er selvsagt [16] og henvisningene der.

Anmelderen har hengt seg en del opp i noen side-bemerkninger jeg har kommet med, for eksempel om «Yin og Yang» og i forbindelse med Zenons paradokser, el-

ler om matematikken som bakgrunn for kalender og jordbruk. Disse og lignende avstikkere er ment som litt stoff til undring og ettertanke for et ungdommelig publikum. Det liker anmelderen ikke, noe jeg får leve med.

Derimot kan jeg ikke akseptere anmelderens bastante oppfatning av hva betegnelsen «Matematikkens historie» egentlig innebærer. Han skriver dette om mine to bind:

Mye av matematikken er omskrevet til moderne notasjon, det gjør den lettere å lese, men kamuflerer historie-aspektet. [...] [Dette er] altfor sterkt preget av våre dagers tankeverden. Tittelen «Matematikkens historie» er i mine øyne misvisende.

Dersom man tar [8], og slår opp mer eller mindre tilfeldig, vil en snart støte på akkurat den formidlingsformen som anmelderen her beklager seg over. Øverst på side 246 skriver for eksempel Katz dette:

Al-Khwarizmi's verbal description of his procedure is essentially the same as that of the Babylonian scribes. Namely, in modern notation, the solution of $x^2 + bx = c$ is

$$c = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}.$$

På samme måte behandler jeg løsningen på sidene 74–76 i bind 2. I van der Waerders bok [14] som anmelderen siterer i angrepet på Jamblikos' troverdighet, finner vi samme fremstillingsform, likeledes i Viggo Bruns klassiske [1]. Dersom man skal skrive en noenlunde leselig lærebok med innføring i matematikkens historie er dette helt nødvendig. Men i kildebøker som [3], [11] eller for så vidt også [2], vil den tidsriktige fremstillingen tre i forgrunnen mens moderne kommentarer spiller en rolle som forklarende bakgrunnsstoff. Selvfølgelig er dette også tilfelle for slike verk som [10] eller [13]. Det blir her et avveinings spørsmål

hvor langt en skal gå i tidsriktig fremstilling. Men det kan virke som om anmelderen ikke skiller mellom Matematikkens historie og Historisk matematikk, eller mellom lærebøker og kildebøker i dette emnet når han hevder at tittelen på mine bøker er misvisende.

I dag er det et skrikende behov for stoff som er egnet i lærerutdanning og for et bredere publikum, og da må man knytte det historiske stoffet opp til dagens matematikk. Alle gode krefter burde gå sammen om å fylle dette behovet. I tillegg er det min bestemte oppfatning at lærerutdanningen må bidra til å opprettholde våre egne fagspråk i de nordiske landene. Ingeniørutdanning kan gjerne basere seg på engelske lærebøker, men en matematikklærer må være i stand til å formidle et godt fagspråk til elevene.

Boken [4] er på engelsk, men bortsett fra det er også den ment som et bidrag til dette prosjektet. Her har jeg dessuten med en moderne innføring i geometri i tillegg til det historiske bakgrunnsstoffet.

De fleste av de andre innvendingene jeg har mot anmelderens omtale er egentlig ikke verd bruk av tid og trykksverte. Men to punkter til vil jeg likevel berøre. Han baserer omtalen av bind 1, «som kom for et par år siden» på første opptrykk fra 2001. Flere anmeldere hadde allerede tidlig påpekt at det var altfor mange trykkfeil i [5], og at det ikke fantes en indeks. I annet opptrykk fra 2002 er en omfattende retteliste innbundet i boken og en indeks et tatt med. Det er beklagelig at anmeldelsen er basert på første opptrykk, men dette må jeg selv ta en del av ansvaret for, siden litteraturlisten i [6] bare gir årstallet 2001 for [5].

Anmelderens omtale av legenden om Teano, Pytagoras' hustru, vil jeg heller ikke forbigå i stillhet. Jeg går ikke god for sannhetsgehalten, jeg bare forteller denne legenden. Og jeg gir henvisning

til nettstedet [15] og til [9]. Dersom man googler «Theano» og deretter «golden mean» i trefflisten til det første søket, finner man adskillig flere omtaler av Teano og hennes matematikk. Det borger riktig nok ikke for den historiske sannhetsgehalt.

Anmelderen peker på at «irrasjonale tall» eller «inkommensurable linjestykker» ikke nevnes i mine henvisninger. Men fortellingen jeg viser til går ut på at Teano arbeidet med «the golden mean». Et annet navn på dette begrepet er *det gylne snitt*, og det er en utbredt oppfatning at det var dette forholdet mellom diagonal og sidekant i en regulær femkant som de greske geometerne først innså at ikke var lik forholdet mellom to hele tall, altså det vi i dag vil kalle et irrasjonalt tall. Anmelderen kan tolkes dit hen at jeg bruker betegnelsen «irrasjonale tall» anakronistisk. Men det gjør jeg absolutt ikke. Det *gylne snitt* er et forhold mellom to størrelser av samme art, nemlig linjestykker, som ikke er lik et forhold mellom to hele tall. Med denne oppdagelsen, mener noen matematikkhistorikere, fikk pytagoreernes motto *alt er tall* en alvorlig ripe i lakken (unnskyld anakronismen denne gangen).

Audun Holme

Referanser

- [1] V. Brun. *Alt er Tall*. Universitetsforlaget, Oslo, 1964.
- [2] T. L. Heath. *A History of Greek Mathematics*. New York Dover, 1982 2 bind. Bind 1: *From Thales to Euclid*, bind 2: *From Aristarchus to Diophantus*. Paperback versjon av original på Clarendon Press, Oxford 1921.
- [3] T. L. Heath. *Euclid: The thirteen books of the Elements*. Translated from the text of Heiberg. Translated with introduction and commentary by Sir Thomas L. Heath. 3 bind. Dover Publications, New York 1956.
- [4] A. Holme. *Geometry. Our Cultural Heritage*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 2002.
- [5] A. Holme. *Matematikkens historie 1. Fra Babylon til mordet på Hypatia*. Fagbokforlaget. Bergen 2001, 2. opplag 2002.
- [6] A. Holme. *Matematikkens historie 2. Fra de arabiske vise til Niels Henrik Abel*. Fagbokforlaget. Bergen 2004.
- [7] Jamblikos (Iamblichus): *The Life of Pythagoras*. Forkortet engelsk oversettelse av Thomas Taylor, Krotona, Hollywood, Los Angeles 1905. Sammendrag (anonymt) 1918. Nyutgave ved Kessinger Publishing, LLC.
- [8] V. J. Katz. *A History of Mathematics*. Harper Collins College Publishers, New York 1992.
- [9] McLemore, Ethel W. Past Present (we) – Present future (you). *Association for Women in Mathematics Newsletter*. 9(6) (Nov/Dec 1979), pp. 11–15.
- [10] O. Neugebauer. *The Exact Sciences of Antiquity*. Second edition. Dover Publications, Inc. New York 1969. Reprinted from the original, published by Brown University, 1957.
- [11] Gay Robins og Charles Shute. «*Papyrus Rhind*» (*The Ahmose papyrus*). Published by British Museum. London 1997.
- [12] R. D. J. Struik. *A Concise History of Mathematics*. Fourth Revised Edition. Dover Publications Inc, New York 1987.
- [13] R. D. J. Struik, ed. *A Source Book in Mathematics*. Harvard University Press 1969.
- [14] B.-L. van der Waerden. *Science Awakening*. English translation by Arnold Dresden, with additions by the author. P. Noordhoff Ltd - Groningen, Holland 1954.
- [15] Agnes Scott College. *Biographies of women mathematicians*. www.agnesscott.edu/lriddle/women/women.html
- [16] University of St. Andrews. *The MacTutor History of Mathematics archive*. www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/