

Lejeune Dirichlet

Audun Holme

Matematisk institutt
Johannes Brunsgate 12
Universitetet i Bergen
NO–5008 Bergen
holme@mi.uib.no

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet ble født 13. februar 1805 i Dürren, en prøysisk by som den gangen var erobret av Napoleons soldater og lå under Frankrike men nå er tysk igjen. Han døde 5. mai 1859 i Göttingen. Familien kom imidlertid fra den belgiske byen Richelet i nærheten av Liège, og navnet Lejeune Dirichlet betyr rett og slett «Den unge fra Richelet». Når dette skrives er det altså et par uker siden 200-årsdagen for hans fødsel.

Som sønn av byens postmester vokste han opp i et godt borgerlig hjem, og allerede da han begynte på gymnasiet i Bonn 12 år gammel, var han en usedvanlig flink og veloppdragen elev som var interessert både i matematikk og i historie. Men etter bare to år i Bonn fant foreldrene ut at den unge Johann Peter heller burde gå i skole hos jesuittene, og han ble dermed innrullert ved jesuittenes gymnasium i Köln. Der fikk han en fremragende lærer i Georg Simon Ohm, som skulle komme til å bli en av de store fysikerne. Ohm hadde fått en svært god utdanning i matematikk, og på denne tiden holdt jesuittenes gymnasium i Köln en høy standard. Ohm hadde forøvrig selv protestantisk bakgrunn.

16 år gammel var Dirichlet klar for Universitetet, og han bestemte seg for å dra til Paris, som på denne tiden var matematikkens sentrum i Europa. Men han hadde med seg det beste fra Tyskland også, nemlig *Johann Carl Friedrich Gauss'* meget innflytelsesrike bok «Disquisitiones Arithmeticae». Denne boken skattet han høyt, og «[...] kept constantly with him as others might do with the Bible», som O'Connor og Robertson skriver i [2].

Han kom til Paris i mai 1822 og etter en dårlig start med et angrep av kopper begynte han studiene der. Han fikk da en rekke helt fremragende lærere, blant dem *Fourier, Hachette, Laplace, Lacroix, Legendre* og *Poisson*. Legendre var på dette tidspunkt pensjonist. Men i 1824 nektet han å stemme for regjeringens kandidat til Vitenskapsakademiet (Institut National), og som et resultat av dette ble han fratatt sin pensjon!

Men Dirichlet må ha brukt tiden godt. Da *Niels Henrik Abel* ankom Paris 10. juli 1826, var Dirichlet allerede en etablert matematiker i miljøet. 24. oktober skrev Abel dette i et brev hjem til sin lærer *Holmboe* i Christiania (nåværende Oslo), gjengitt etter [4]:

Indtil dette Øyeblikk har jeg kun gjort Bekjentskab med Legendre, Cauchy og Hachette, samt et par mindre Mathematikere men ret flinke Monsieur Saigery, Redakteur af Bulletin des sciences etc. og Herrn Dirichlet en Preusser, som forleden Dag kom bort til mig da han ansaae mig som sin Landsmann. Det er en meget skarpsindig Mathematiker. Han har i Forening med Legendre bevist Umuligheden af at opløse i hele Tal Ligningen $x^5 + y^5 = z^5$ og andre smukke Ting.

Det resultatet som Abel forteller om er et spesialtilfelle av *Fermats formodning*: Når $n \geq 3$ er et naturlig tall, fins det ingen positive hele tall x, y og z slik at $x^n + y^n = z^n$. Fermat hadde skrevet en bemerkning i randen til sitt eksemplar av Diofantos' *Arithmetica*, oversatt til latin av Claude Caspard Bachet: «Jeg har oppdaget et virkelig bemerkelsesverdig bevis for dette, men margen har ikke nok plass for det.» Den generelle setningen motsto alle forsøk på bevis helt frem til *Andrew Wiles* lyktes i å fullføre sitt bevis i 1994. Fermat selv hadde bevis for tilfellene $n = 3$ og 4 , men ingen trodde lenger at han kjente et riktig generelt bevis. Tilfellet $n = 4$ var kjent av allerede av den arabiske matematikeren *Kamal al-Din al-Farisi*, 1260–1320. På Dirichlets tid var tilfellet $n = 5$ en nyhet som vakte oppmerksomhet, og Dirichlet hadde bevist en del av dette tilfellet. Det er nemlig klart at dersom x, y, z er løsninger av ligningen, da kan ikke alle tre tallene x^5, y^5, z^5 være odde, og derfor heller ikke alle x, y, z være det. Videre må ett av tallene være delelig med 5, for alle femtepotenser er kongruente med et av tallene $0, \pm 1$ eller ± 7 modulo 25, og en manuell gjennomgang viser at summen av to av disse tallene ikke er kongruent med et tredje modulo 25 med mindre et av dem er 0. Dirichlet lyktes i å utelukke muligheten at det jevne tallet er delelig med 5. Dermed gjensto det å utelukke at ett av tallene er delelig med 5 og et annet er delelig med 2. Dirichlet skrev sitt bidrag ned i en artikkel som han presenterte for Vitenskapsakademiet, og det var Legendre som fikk oppdraget med å kontrollere arbeidet, til å være «*referee*». Da han leste arbeidet, greide han å fullføre beviset ved å utelukke den siste gjenstående muligheten også. Senere utvidet Dirichlet sitt eget bevis slik at metoden ga påstanden i begge tilfeller, dessuten beviste han også Fermats formodning for tilfellet $n = 14$.

Stubhaug forteller i [4] om kretsen rundt baron *Ferrusac*, som hadde et fremragende bibliotek og utga et tidsskrift der den naturvitenskapelige delen ble redigert av *Jaques Frédérique Saigery*. I dette miljøet vanket både Abel og Dirichlet, dessuten deres felles venn *August Leopold Crelle*, som akkurat hadde startet et matematisk tidsskrift i Berlin som kom til å få stor betydning. I dette miljøet opererte også *François-Vincent Raspail*, vitenskapsmann og radikal politiker. Det er ikke uten grunn at en av hovedavenyene i Paris er oppkalt etter ham.

Fra 1823 hadde Dirichlet en stilling som huslærer hos en av Napoleons nå pensjonerte generaler, der han ble godt betalt og behandlet som et familiemedlem. Men senhøstes 1825 døde generalen, og Dirichlet fant at han måtte returnere til Tyskland. Den mektige *Alexander von Humboldt* ga ham de beste anbefalinger, men siden han ikke hadde tysk doktorgrad, og derfor ikke kunne få sin *Habilitation*, støt- te han på vanskeligheter. Dessuten kunne han ikke latin. Disse vanskelighetene ble

etter hvert overvunnet, og i 1827 fikk han en stilling i Breslau, deretter ansettelse ved krigsskolen i Berlin og ved Universitetet i Berlin fra 1828. Det er sannsynlig at Stubhaug har rett når han antar at Dirichlet her, uten å være klar over det, var den som «i første omgang knuste Abels forhåpninger om en stilling». For Crelle hadde etter alt å dømme arbeidet for å skaffe Abel akkurat denne stillingen i Berlin. Men Dirichlet var jo også en meget lovende matematiker og en god venn som hadde møtt vanskeligheter.

I 1831 ble Dirichlet medlem av Vitenskapsakademiet i Berlin, og da han også fikk en bedre stilling ved universitetet, kunne han gifte seg med *Rebecca Mendelsohn*, en søster av Felix Mendelsohn.

Dirichlet beviste et viktig resultat i 1837, i dag kjent som *Dirichlets teorem*. Det er at dersom a og b er hele tall uten noen felles faktor, da finnes det uendelig mange primtall av formen $p = an + b$, der n er et naturlig tall. Gauss hadde fremsatt dette som en formodning. Beviset bygger på *Eulers produktidentitet*, se [1] side 336. Dessuten støttet Dirichlet seg på den nye *Fourier-analysen*, som han først måtte legge på et stringent grunnlag.

I 1837 formulerte Dirichlet den presise definisjonen på en *funksjon* som vi i dag tar som en selvfølge: «Dersom en variabel y står i et slikt forhold til en variabel x , at hver gang en numerisk verdi er tilordnet x da er der en regel som tilordner en entydig bestemt verdi til y , da sies y å være en funksjon av x .»

Et annet viktig område som er knyttet til Dirichlets navn er fenomenene rundt det såkalte *Dirichlets prinsipp*. Dette kan vi ikke gå videre med her.

For et mer detaljert innblikk i noe av Dirichlets matematikk, viser vi til [3].

Dirichlet har hatt en enorm betydning, ikke bare gjennom sine egne oppdagelser, men også gjennom sine elever, vi kan nevne *Riemann* og *Kronecker*. En nær venn var dessuten *Carl Gustav Jacobi*.

Da Gauss døde i 1855, ble det Dirichlet som fikk tilbudet om å bli hans etterfølger i Göttingen. Men allerede i 1859 ble han syk under en reise til Sveits, han fikk et hjerteinfarkt under et opphold i Montreux. Han døde 5. mai samme år, i Göttingen.

Referanser

- [1] A. Holme: Matematikkens historie 2. Fra de arabiske vise til Niels Henrik Abel. Fagbokforlaget, Bergen 2004.
- [2] J. J. O'Connor and E F Robertson: Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet. Biografisk artikkel i *The MacTutor History of Mathematics archive*, University of St. Andrews. <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/>
- [3] M. Overholt: Å telle opp i tallteorien. *Normat* **53:1** 31–33 (2005).
- [4] A. Stubhaug. *Et foranskutt lyn. Niels Henrik Abel og hans tid*. Aschehough, Oslo 1996.