

Noen glimt fra matematikkens historie: Kontroversen mellom Newton og Leibniz, og litt til*

Audun Holme

Matematisk institutt
Universitetet i Bergen
Johs. Brunsgate 12
NO-5008
holme@uib.no

Geniet Isaac Newton

Isaac Newton (1642–1727) var en engelsk matematiker og fysiker. Han er en av de største matematikere og fysikere som har levd. Isaac ble født i landsbyen Woolthorpe, og hadde ikke noen lykkelig barndom. Moren ble enke før han ble født, og etter et par år giftet hun seg igjen med presten i en nabolandsby. Isaac vokste opp hos sine besteforeldre, men kom tilbake til sin mor etter at hennes andre mann døde da Isaac var elleve år gammel. Skolegangen gikk det så som så med, moren ville at han skulle læres opp til å styre driften av hennes gård, men det var Isaac lite interessert i. Tilslutt fikk en onkel overtalt moren til å sende ham til det vi kaller videregående skole. Da skjedde det avgjørende i Isaacs liv at han fikk hybel hos skolens rektor, som var en kunnskapsrik og opplyst mann, vel bevandret i matematikken og i geometrien. Han oppdaget Newtons talent, og onkelen og rektoren sørget for at han ble innskrevet ved Trinity College i Cambridge der også onkelen hadde studert.

Universitetet hadde få obligatoriske fag, og dette var en fordel for Newton: Slik kunne han studere det som interesserte ham mest. I 1663 ble Isaac Barrow professor, han var den første som fikk det prestisjetunge Lukasprofessoratet, the Lucasian Chair. Newton fikk etter hvert god kontakt med ham. Barrow forsto at Newton var et utvilsomt talent, og sørget for at han fikk et stipendium i 1664.

Sommeren 1665 ble universitetet stengt på grunn av et pestutbrudd, og Newton måtte reise hjem til morens gård på landet. I de neste to årene mens han oppholdt seg her begynte han sin eksplorative utvikling innen matematikk, optikk, fysikk og astronomi. Han var da enda ikke fylt 25 år. Det var i denne tiden at han gjorde

*Denne artikkelen er i all hovedsak et utdrag fra forfatterens bok [2]. Portrettet av Abel tilhører Matematisk Institutt ved Universitetet i Oslo, de øvrige illustrasjonene er hentet fra [3].

sine viktigste oppdagelser, fortalte han senere. Det er blitt sagt at dette er den mest produktive perioden innen matematikken og fysikken noensinne. Da pesten tok slutt, returnerte han til Cambridge, der han fikk en stipendiatstilling i 1667.

I 1669 trakk Barrow seg fra sitt professorat, og Newton fikk etterfølge ham i stillingen, i the Lucasian Chair, bare 27 år gammel. Den ikke ukjente Stephen Hawking innehar denne lærestolen i dag. Barrow var en betydelig matematiker, men også teolog og nå viet han seg teologien. Men på sine mange reiser hadde han pådradd seg en febersykdom, sannsynligvis malaria. Da han fikk et anfall i London i 1677, brukte han sin tids mest brukte kur, nemlig faste og opium. Men det døde han av.



Isaac Barrow, 1630–1677.

Newton hadde en uvanlig sterk konsentrasjonsevne. Det fortelles at han også kunne være svært distré, og anekdoter av samme type som fortelles om Arkimedes, finnes også om Newton. En gang han hadde middagsgjester gikk han inn på sitt arbeidsværelse for å hente en flaske god vin mens gjestene satt ved bordet og ventet. Det varte og rakk uten at Newton kom tilbake. Det viste seg at han hadde fått en innskytelse og hadde glemt gjestene sine: Han satt ved skrivebordet, fordypet i matematikken. Som universitetslærer ville han hatt problemer ved dagens universiteter. Studentene hadde vanskeligheter med å forstå forelesningene hans, og derfor «kom det få for å høre ham, og færre forsto ham», slik at det ikke sjelden var tomt i auditoriet. Da skal han ha holdt forelesningen til veggen!



Isaac Newton, 1642–1727.

Newton sa senere dette: «Dersom jeg har sett lengre enn andre, er det fordi jeg har stått på skuldrene til kjemper.» Det er ingen tvil om at en av disse kjempene må ha vært Isaac Barrow, som hadde lagt en god del av grunnlaget for det vi i dag kaller matematisk analyse, og som Newton og Leibniz skapte mer eller mindre uavhengig av hverandre. Men en annen av disse kjempene var matematikeren og presten John Wallis.

I en periode av sitt liv brukte Wallis mye tid på en nidkjær og bitter feide med den store engelske filosofen Thomas Hobbes. Hobbes var en farlig fritenker, som mente at han kunne arbeide seg frem til all sannhet med de samme metodene som i geometrien, etter Euklids metode med

logiske slutninger ut fra selvnlysende sannheter. Men da han så brukte denne metoden til å utlede helt gale geometriske setninger, slo Wallis ned på ham med en knusende idiotforklaring. Striden varte så lenge Hobbes levde, og forsuret utvilsomt begge liv.



John Wallis, 1616–1703.

Men Hobbes hadde mange tilhengere på kontinentet, og denne striden kan en se som et forvarsel for den ødeleggende striden mellom Newton og Leibniz senere. Dessuten så var ikke filosofen Hobbes så dum som Wallis ville ha det til, heller ikke matematisk. For Hobbes arbeidet i virkeligheten med en annen slags geometri enn vi matematiske geometere, som alle er av Platons og Euklids skole. Hobbes ville resonnerer med virkelige objekter slik vi finner dem i naturen, ikke de idealiserte tankemessige objektene som den matematiske geometrien arbeider med. Under sitt studium av Wallis' bok *Arithmetica Infinitorum* kom Newton på den idéen at istedenfor å studere arealet under en kurve mellom to faste verdier av den variable og x-aksen, så kunne en med fordel studere det varierende arealet en får ved å la endepunktet til høyre variere. Slik ble han ledet til det vi i dag kaller analysens fundamentalsetning, nemlig at den deriverte av denne arealfunksjonen er den opprinnelige funksjonen.

Striden med Leibniz

Newtons differensialregning var basert på hans teori om fluksjoner.

Allerede i 1666 forfattet Newton et skrift om dette temaet, og i 1669 skrev han et manuskript med en tittel som i norsk oversettelse blir noe i retning av Om analyse av ligninger med uendelig mange ledd.



Gottfried Wilhelm von Leibniz, 1646–1716.

Verket «Avhandling om metoden med rekker og fluksjoner» ble skrevet på latin i 1671, men Newton publiserte det ikke, boken kom først ut oversatt til engelsk i 1736. Disse manuskriptene sirkulerte i Newtons miljø. Den tyske matematikeren og filosofen Gottfried Wilhelm von Leibniz kom frem til den samme teorien uavhengig av Newton.

Han publiserte først og hadde dessuten gitt teorien en mer fullendt og forståelig form, slik at hans arbeid fikk stor innflytelse. Dette førte til en bitter prioritetsstrid mellom disse to store matematikerne. Newton ble etter hvert overbevist om at Leibniz hadde stjålet hans ideer. Dette synet ble støttet av så å si alle matematikere på de britiske øyer.

Leibniz hadde imidlertid mange tilhengere på kontinentet, og feiden ble bitter og uforsonlig. Det endte med at det britiske vitenskapsakademiet, the Royal Society,

fordømte Leibniz for plagiat, det skjedde i en tid da Newton selv hadde meget stor makt i dette akademiet. Leibniz tapte denne striden fullstendig, og en av grunnene til at han kom så forferdelig dårlig ut av den kan være politisk. Leibniz bodde og arbeidet ved slutten av sin karriere i Hannover, der han hadde en stilling i kurfyrstens administrasjon.

Saken er at katolikker ble fratatt arveretten til den engelske tronen i 1701. Kurfyrsten Johann Friedrich av Hannover var død i 1680, og ble etterfulgt av broren Ernst August, og han var godt gift med Sofia av Pfalz, en datterdatter av Jacob 1. av England. Da nå alle katolikker mistet arveretten, ble deres sønn Georg tronarving i Storbritannia. I 1698 etterfulgte han sin far som kurfyrste av Hannover, og han ble konge av Storbritannia da dronning Anna døde i 1714. I 1714 var det altså vanskelig for Leibniz å få støtte fra kurfyrsten, siden han var blitt konge av Storbritannia. Og kongen på de britiske øyer var langt fra eneveldig, han måtte tvert imot trå meget varsomt.

Så mens Leibniz gikk i graven fattig og venneløs i 1716, hans bære ble bare fulgt av hans sekretær, ble Newton stedt til hvile i Westminster Abbey under store æresbevisninger.

Men selv om Newton vant prioritesstriden, tapte matematikken i Storbritannia. Utveksling av ideer mellom Storbritannia og kontinentet stoppet opp, og i Storbritannia arbeidet matematikerne med Newtons metoder og notasjon, mens en på kontinentet videreutviklet Leibniz' fremgangsmåte. Siden den siste er mer logisk og lettere å bruke, ble det kontinentet som tok ledelsen i den matematiske utviklingen for lang tid fremover.

Newtons oppdagelse av analysens fundamentalteorem skjedde selvsagt ikke i et tomrom. Men han skar på en genial måte gjennom hele datidens innsikter i tangent- og arealberegninger og sammenfattet det hele i en eneste mektig metode.

Problem 2 i Avhandling om metoden med rekker og fluksjoner er å finne distansen når hastigheten er kjent. Newton innså tidlig at dette er ekvivalent med å finne arealet under en (plan) kurve når ligningen for den er kjent. Fra Wallis visste han også hvordan dette skulle gjøres når ligningen til kurven var av en bestemt type, en sum av et endelig antall ledd. Han oppdaget da at den samme fremgangsmåten også kan brukes når summen har uendelig mange ledd. Dette var et langt sprang fremover i matematikkens utvikling.

Newton oppfattet kurver som noe generert av bevegelser eller om han sa, fluenter. Vi kan forestille oss at han tenkte seg et punkt som beveget seg bortover et papirark eller gjennom rommet og tegner opp en kurve. I dag ville vi si at kurven er gitt på parameterform etter tiden t , og at fluentene er koordinatene til punktet når tiden varierer. For å beskrive arealet en slik kurve avgrenser, eller tangentlinjene til kurven, innførte han begreper fluksjoner. Det ville vi i dag si er hastigheten koordinatene endrer seg med, dessuten momentet til fluksjonen, det ville vi kalle endringen i et infinitesimalt tidsrom. Men da er vi over i Leibniz' betegnelser. Newtons egen teori var langt fra klar eller lett å forstå. En av grunnene til dette var at grensebegrepet i matematikken enda ikke var formulert med tilstrekkelig matematisk presisjon. Det kom mye senere, den endelige avklaringen ble først gitt av Abels samtidige, den franske greven Augustin Louis de Cauchy.

Newton selv kan ha følt seg usikker på stringensen. Det hevdes i hvert fall av mange matematikkhistorikere at grunnen til at han forsinket offentliggjørelsen av sine arbeider på dette feltet, og lenge bare sirkulerte dem blant en engere krets,

var at han grudde seg for å få negativ kritikk. Men stringensen til Newton var så god som det var mulig på den tiden. Hans rival Leibniz hadde ikke en matematisk sett mer stringent utledning, men han hadde en mer attraktiv notasjon, slik at han kan hende virket mer overbevisende på samtiden. Forøvrig utviklet Newton et grensebegrep som han først og fremst brukte i sine arbeider med fysikk. Dette grensebegrepet ligger nær opp til våre dagers versjon.

Kritikken fra George Berkeley

Men det var langt fra klart. Og de vanskelighetene som forståelsen av Newtons fluksjoner trakk med seg, ledet til mye forvirring og krass kritikk fra biskop Berkeley i 1734.



George Berkeley, 1685–1753.

Den irske filosofen George Berkeley studerte ved Trinity College i Dublin og oppholdt seg så i London og på fastlandet til 1720. Fra 1721 arbeidet han i Irland, og i 1734 ble han biskop i Cloyne. Her viet han seg arbeidet for å lette den økonomiske og sosiale nød i Irland. Han var dypt religiøs og vendte seg mot tidens filosofiske fritenkeri. I sin filosofi skar han gjennom diverse mer eller mindre teoretiske forstillinger om hva det vil si at noe eksisterer, og lærte kort og godt at tingenes væren eller eksistens består i at de kan iakttas med sansene. *Esse est percipi*.

Med dette som utgangspunkt stilte han seg meget skeptisk til det logiske grunn-

laget for Newtons matematiske analyse. Han la ikke fingrene imellom da han angrep Newton i sitt skrift «Analytikerens: eller et foredrag rettet til en vantro matematiker», *The analyst: or a discourse addressed to an infidel mathematician*. Her argumenterer han for det synet at selv om den matematiske analysen leder til riktige resultater, er grunnlaget for den ikke sikrere enn grunnlaget for religionen. Han erklærte at analysen begikk en logisk kardinalfeil ved å endre sin utgangshypotese, men at de riktige svarene en fikk, skyldes to feil som kompensert hverandre. Han skrev:

«Og hva er disse fluksjonene? Hastigheter til raskt forsvinnende forøkelser. Og hva er så disse samme raskt forsvinnende forøkelsene? De er hverken endelige størrelser eller størrelser som er uendelig små, dog heller ikke ingenting. Kan vi ikke da kalle dem gjenferdene etter avgåtte størrelser?»

Berkeleys kritikk fikk betydning fordi den satte fokus på behovet for klargjøring av matematikkens logiske grunnlag. Men det var nok også et element av teologisk nidkjærhet i dette. Newton hadde vært protestant og dessuten tilhenger av læren til kjetteren Arius, selv om han gikk stille i dørene med det.

Striden med Hooke

Newtons første forelesningsrekke som professor tok til i januar 1670. Emnet var ikke om matematikk, men optikk. I de to årene pesten varte, hadde han utviklet sin egen teori for lys og farger. Han hadde kommet til at vanlig hvitt lys ikke er et enkelt og usammensatt fenomen, slik naturfilosofer og fysikere hadde gått ut fra siden før Aristoteles' tid. Newton hadde kommet til at fargeforstyrrelsene i datidens teleskoper, som en hadde ment bare var en plagsom feil, i virkeligheten viste noe svært viktig om lysets natur. Ved å la en lysstråle falle på et prisme fikk han dette bekreftet. Det han da så, var et helt fargespektrum.

Newton hevdet at de hvite lysstrålene består av en blanding av lysstråler med alle disse fargene han kunne se. Når disse passerer sammen gjennom et prisme eller gjennom en linse, vil de avbøyes forskjellig, slik at fargene kommer til syne. Han mente at den eneste måten å bli kvitt fargeforstyrrelsene i et linseteleskop på, var å bruke et parabolisk speil istedenfor en linse. Han konstruerte et slikt teleskop, som han skjenket til the Royal Society da ble han innvalgt som medlem der. Det var i 1672.

Samme år publiserte han sin første artikkel om lys og fargelære i *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Artikkelen fikk en god mottakelse, bortsett fra at Hooke og Huygens reiste innvendinger. De var kritiske til at Newton ville bevise eksperimentelt at lys besto av partikler, og at det ikke dreide seg om bølger. Newtons partikkelteori var imidlertid enerådende helt til det 19. århundret, men denne striden bestyrket Newton i hans skepsis til publisering. Hooke ble nå en mann som Newton både hatet og fryktet.

Robert Hooke, 1635–1703, var en betydelig engelsk fysiker, oppfinner og astronom. Desuten kan vi si han var naturfilosof og i en noe mindre grad matematiker. Allerede i sin tidlige barndom viste han et eksepsjonelt talent for konstruksjon av mekaniske ting, for matematikk og naturvitenskap og også for tegning.

På skolen studerte han blant annet Euklids Elementer, før han begynte studiet ved Oxford. Her fikk han kontakt med John Wallis og andre betydelige vitenskapsfolk. Etter hvert ble man oppmerksom på denne talentfulle ungdommen, og han fikk stilling som assistent for Robert Boyle og deltok i arbeidet med å konstruere en luftpumpe. Dette førte til at Hooke tegnet og bygde en luftpumpe som i det vesentlige er den teknologien vi bruker i dag. Samtidig arbeidet Hooke med kronometere, og med det såkalte lengdeproblemet. Det var et viktig problem, med en stor belønning utlovet for løsningen: Finn en metode slik at et skip sikkert kan bestemme sin posisjons lengdegrad. Det kan man finne ved å ha et nøyaktig ur som viser tiden ved Greenwich, for eksempel, og så avlese tiden når solen står høyest på himmelen. Breddegraden kan en finne uten et slikt ur, ved å måle solhøyden over horisonten. Huygens arbeidet med å lage et pendelur som kunne brukes ombord i et rullende skip, der noen pendelutslag kan bli store, slik at svingetiden vil variere ganske mye. Han fant mye interessant matematikk, men i praksis var uret han fant opp ikke nøyaktig nok likevel. Hooke var overbevist om at pendelur ikke egnet seg, og mente at en isteden måtte basere seg på fjærer. Det var ut fra dette arbeidet at han i 1660 gjorde de første oppdagelsene som ledet til Hookes lov: For et elastisk legeme er den elastiske kraften proporsjonal med form- eller volumforandringen.

I 1662 ble Hooke utnevnt til en ulønnet stilling som kurator for eksperimenter ved the Royal Society. Her skulle han demonstrere tre eller fire eksperimenter på hvert

møte, og det ga opphav til en flom av ideer over et vidt spektrum. Han ble medlem fra 1663, fikk fortsatt ikke lønn som kurator, men ble fritatt for medlemsavgiften. Han fikk en beskjedne lønn fra 1664, men fra 1665 fikk han dessuten et professorat i geometri ved Gresham College i London.

Hooke publiserte nøyaktige og vakre tegninger av observasjoner han gjorde med et selvlaget mikroskop, observerte Jupiter og planeten Mars, og bestemte solens rotasjon ved å observere solflekker. Han studerte gjennom mer enn 30 år fossiler og ble overbevist om at store endringer hadde skjedd på jordens overflate gjennom tidene, og at tidligere havbunn var blitt løftet opp til høye fjellkjeder, og han la frem for sine kolleger i the Royal Society oppdagelser innen et bredt spektrum av vitenskapene: varme og lys, fjellarter og fossiler, fysiologi for ulike dyrearter. Men Hooke hadde overdrevne forestillinger om sin egen optiske teori. Så da Newton publiserte sin teori om lys, sa Hooke at det som var riktig i denne teorien, hadde Newton stjålet fra ham, og det som var originalt hos Newton, det var galt. Dette var startskuddet på en bitter strid mellom disse to.

I 1672 forsøkte Hooke å bevise at jorden går i en elliptisk bane rundt solen, og seks år senere foreslo han en variant av det vi kaller Newtons gravitasjonslov for å forklare planetbevegelsene. Han skrev til Newton om dette og hevdet senere sin prioritet til gravitasjonsloven. Newton reagerte ved å fjerne alle henvisninger til Hooke fra sitt store verk *Principia*, som jeg forteller om nedenfor.

Forholdet mellom Hooke og Newton var altså ikke godt, men de hadde likevel en vitenskapelig sett interessant korrespondanse i perioden 1678–80. Saken er at sekretæren for the Royal Society, Henry Oldenburg, døde i september 1677. Newton hadde hatt et rimelig godt forhold til Oldenburg, som hadde holdt ham i kontakt med det vitenskapelige miljøet og glattet over irritasjonsmomenter og friksjoner. Men nå ble Oldenburg etterfulgt av Hooke.

Det var ikke bare Hooke og Huygens som hadde innvendinger mot Newtons fargelære. En engelsk jesuitt i Liège ved navn Anthony Lucas hadde angrepet fargelæren hans og samtidig krenket Newton på det groveste. Newton følte at han ble beskyldt for å ha forfalsket sine eksperimenter, det var en uhyrlighet som ingen av de andre motstanderne hadde kommet i nærheten av. Oldenburg hadde arbeidet med å samle brevene mellom Newton, Lucas og andre for å utgi denne korrespondansen slik at kontroversene kunne bli greid ut. Skulle dette prosjektet bli slutført i regi av the Royal Society, måtte Newton samarbeide med Hooke. Dette ga støt til en høflig korrespondanse mellom dem i tiden 1678–80. Noen av de brevene Newton hadde, var brent opp i en brann hjemme hos ham. Spekulasjoner til tross var denne brannen sikkert ikke noe annet enn en ulykkelig hendelse med et glemt vokslys. Newton var som kjent meget distré. Han skrev til Hooke: «Mr. Oldenburg er død, og det er min hensikt, om Gud vil, å sørge for at de [brevene] blir trykt slik han hadde ønsket, sammen med noen andre ting [en mener Newton foreslår et sammendrag av høydepunkter fra alle sine arbeider om optikk] som kan inngå i pressen.» Samtidig takker han Hooke for å ha gjentatt i the Royal Society hans eget grunnleggende eksperiment der sollyset brytes i et spektrum når det går gjennom et prisme. Hooke svarte og forsikret at eksperimentet hadde vært vellykket, men han beklaget at han ikke kunne bistå videre.

Korrespondansen fortsatte litt til, en av de interessante tingene en finner, er at de diskuterer mulige eksperimenter for å påvise rent fysisk at jorden roterer. Et slikt eksperiment ville være å la en kule falle ned i en loddrett sjakt, den vil på

grunn av jordens rotasjon treffe litt øst for punktet loddrett under der den slippes. For på grunn av høydeforskjellen vil jordens rotasjon gi kulen større hastighet mot øst enn punktet loddrett under.

Et slikt eksperiment ble utført av matematikeren Giovanni Battista Guglielmini fra Bologna. Seksten kuler ble sluppet fra en høyde av 241 fot, i et tidsrom mellom 1791 og 1792. Han fant et avvik, men målinger og utregninger var beheftet med feil. Imidlertid ble forsøket gjentatt etter samme modell av Benzenberg (1802 og 1804) og Reich (1831). Reich utførte sitt forsøk i en gruvesjakt i Freiburg. Med et fall på 160 meter fikk han et gjennomsnittlig avvik fra loddlinjen med 2.5 cm mot øst.

Men Newton vendte seg etter hvert bort fra the Royal Society, han så Hooke som en av lederne som han ikke hadde tillit til. Han forsinket publikasjonen av den fulle teksten til sine arbeider om optikk til etter Hookes død i 1703. Boken *Opticks* kom ut i 1704. Men boken inneholder ikke bare optikk, vi finner også et appendiks med den første fullstendige fremstillingen av hans teori om fluksjoner. I et annet appendiks gir han sin klassifikasjon av tredjegradskurver.

Dette arbeidet utførte han sannsynligvis så tidlig som i 1676. Appendikset har tittelen *Enumeratio linearum tertii ordinis*, «Klassifikasjon av kurver av grad tre». Det var et viktig bidrag til grunnleggelsen av algebraisk geometri som en selvstendig gren av matematikken. Her betrakter han punkter i planet med positive og negative koordinater, dette var nytt på denne tiden. Før dette arbeidet var det bare kurver av grad to som var blitt gitt en generell klassifikasjon, dessuten hadde en studert enkeltkurver mer eller mindre ad hoc. Newtons klassifikasjon ledet til hele 72 ulike typer av tredjegradskurver. I dag kan vi behandle slike problemer ved å ta med de imaginære punktene og punktene i det uendelig fjerne, da får vi bare tre typer av ikke-degenererte tredjegradskurver i planet.

Halley's innsats for Newton

Det var Halley som overtalte Newton til å publisere en fullstendig fremstilling av sine oppdagelser i fysikk og anvendelsene på astronomi.

I 1687 publiserte han *Philosophiae naturalis principia mathematica*, eller bare *Principia*, som verket kalles. *Principia* er ett av vitenskapenes største verk. Det er her han gir sine tre bevegelseslover og loven om universell gravitasjon.

Halley var astronom og matematiker. Han viste tidlig talenter i matematikk og naturvitenskap og studerte ved Oxford. Ved siden av studiene begynte han å jobbe for Kongelig astronom John Flamsteed i 1675 med observasjoner både i Oxford og Greenwich. Men i forbindelse med åpningen av observatoriet i Greenwich skulle Flamsteed utarbeide et stjernekart over den nordlige stjernehimmelen. Dette fikk Halley til å slutte med studiene og i jobben som assistent for Flamsteed i 1676 og seile av sted til St. Helena for å komplettere dette med et stjernekart over den sydlige stjernehimmelen. Prosjektet var sponset av flere. Kongen Karl 2. støttet med penger og entusiasme. St. Helena var en naturlig base siden det var den sydligste britiske besittelsen. Halley foretok seg mye annet på denne reisen også, blant annet observerte han at en pendel svinger langsommere ved ekvator.

Da han kom tilbake til England i 1678 og publiserte sin stjernekatolog, fikk han sin universitetsgrad fra Oxford uten eksamen, universitetsgraden ble tildelt ham etter kongelig forordning. Han var med ett slag blitt en av Englands fremste astronomer og ble som 22-åring medlem av the Royal Society, en av de yngste noensinne. Dette var ikke lett å svelge for hans tidligere sjef John Flamsteed. Han kom til å forbli en svoren fiende av Halley resten av livet, og han sto i et motsetningsforhold til Newton, mens Halley ble en av Newtons nære venner og støttespiller.

Halley hadde bevist at Keplers tredje lov medfører at tiltrekningskraften til solen er omvendt proporsjonal med kvadratet av avstanden, og diskuterte med Hooke og andre om det lot seg gjøre å bevise det omvendte, at denne inverse kvadrat-loven medførte Keplers tredje lov. Men da Halley besøkte Newton i Cambridge, oppdaget han at Newton allerede hadde bevist dette. Halley var stor nok til å anerkjenne Newtons geni og forrang, han overtalte den motvillige Newton til å publisere sitt arbeid, han betalte trykkingsomkostningene, han leste korrektur og la til side alt sitt andre arbeid. Uten ham, er det sagt, ville Principia ikke ha eksistert.

Newton forlot Cambridge i 1696 og ble Warden of the Royal Mint, i 1699 ble han så Master of the Mint, som gjorde ham til en meget rik mann. Istedenfor å betrakte dette som en honorær posisjon nedla han et stort og fortjenstfullt arbeid i dette embetet. 1703 ble han valgt til president for the Royal Society og gjenvalgt til sin død.

I Newtons presidenttid flyttet the Royal Society til en ny bygning. Inventar, bøker og tallrike malerier var med på flyttelasset. Merkelig nok forsvant da det eneste eksisterende portretter av Hooke, som hadde vært med på å pryde veggen i den gamle bygningen, ganske spurløst.

Familien Bernoulli

Jacob (Jacques) Bernoulli ble født i 1654 i Basel, Sveits.



Johann Bernoulli, 1667–1748.

Han var den første i en svært interessant familie med mange matematikere. Broren Johann ble født i 1667, han ble også matematiker.

Dessuten kom det til the sønner av Johann, og en nevø av Jacob og Johann. De levde ikke bare i fred og fordragelighet, men hadde en god del strid og kiv mellom de to brødrene der de beskyldte hverandre for å ha stjålet hverandres idéer. De to brødrene Bernoulli spilte en vesentlig rolle for kontinental europeisk matematikk fordi de var blant de første som forsto Leibniz' nye teknikk og brukte den til å løse nye problemer. De sto fullt og helt på Leibniz' side i striden med Newton.

Da en ung gutt som faren ville sette i prestelære kom til Johann og ba om privatundervisning i matematikk, sa den store professoren forskrekket absolutt nei! Men han oppdaget raskt at denne ungdommen hadde matematisk talent, og ga ham tillatelse til å besøke seg hver søndag ettermiddag. Og da han tok kontakt med guttens far, fikk han overbevist ham om at gutten måtte settes til å studere matematikk, i stedet for teologi. Slik ble Leonhard Euler reddet for matematikken, og opptatt i den matematiske søskenflokk. Vår egen Niels Henrik Abel fikk viktige impulser fra Euler da han som ung elev leste noen av Eulers meget betydelige verker.

Johann stilte en berømt oppgave i tidsskriftet *Acta Eruditorum* i juni 1696. Det fortelles at Leibniz fikk ham til å forlenge tidsfristen til påske neste år, slik at som han sa også utlendinger kunne delta. Da var det nok Newton han hadde i tankene, de trodde ikke at Newton ville klare å løse oppgaven. Dessuten tenkte de kanskje på den franske baronen l'Hôpital, som hadde leid Johann til privatlærer og deretter utgitt forelesningsnotatene som sitt eget verk. Han ville Johann sikkert gjerne avsløre. Her er problemet:

Det er gitt to punkter A og B som ikke ligger rett under hverandre. En partikkel skal falle fra A til B slik at den følger en kurve gjennom de to punktene. Finn den kurven som gir den raskeste falltiden. Denne kurven kalles den brakystokrone kurven fra A til B.

Johann gir vinket at kurven er «velkjent for geometere». Han skriver videre: «Belønningen er hverken gull eller sølv, men vi lover en pris satt sammen av ære, lovord og bifall. Vi skal således krone, hedre og berømme, offentlig og privat, skriftlig og muntlig, dette skarpsinn overfor den store Apollon.»

Dette overdrevne ordgyteriet er morsom lesning for oss i dag, men var det neppe for Isaac Newton da han fikk utfordringen etter en vanskelig dag i The Royal Mint, i firetiden om ettermiddagen 29. januar 1697. Newton tok straks fatt på oppgaven. Da han var ferdig klokken fire neste morgen, hadde han løst problemet fullstendig. Svaret er at kurven er en del av en sykloide, som passerer gjennom punktene A og B. Denne kurven får en frem ved å merke av et punkt på omkretsen til et hjul, som så ruller bortover. Da vil punktet følge denne kurven. Den ser ut som en rekke av flatklemte halvsirkler, satt etter hverandre. Når vi tar en av disse halvsirklene og snur den opp-ned, får vi en skålform. Når en kule ruller nedover denne skålen, blir tiden til den når bunnen uavhengig av hvor høyt oppe den ble sluppet! Og dessuten har den altså egenskapen formulert i Johanns oppgave. Når vi merker av to punkter under hverandre på skålen, da er falltiden raskere enn langs en hvilken som helst annen kurve gjennom de to punktene.

Denne isokrone kurven var funnet av Huygens, i hans arbeid med å konstruere et pendelur der svingetiden til pendelen er uavhengig av utslaget, selv når utslaget er stort. Hans idé var å la pendelen svinge inne mellom to krumme vegger, som tvang pendelkulen til å følge en slik opp-ned sykloide. Men friksjonen og andre ting gjorde at kans pendelur ikke ble nøyaktig nok.

Niels Henrik Abel tar opp tråden

Da Niels Henrik Abel var 21 år gammel, hadde han publisert to artikler i *Magazin for Naturvidenskaperne*, på norsk eller rettere sagt, på dansk.

Christopher Hansteen, som var professor i anvendt matematikk og hadde tatt seg av Abel, hadde bedt Abel om å velge ut noen av sine mindre arbeider til det nye tidsskriftet han hadde startet. Den andre av de artiklene Abel kom med var en samling på fire resultater, under en felles tittel «Løsning av et par oppgaver ved hjelp av bestemte integraler».

Artikkelen sto på trykk i 1823, Abel var da 21 år gammel. Han behersker sin tids ypperste matematikk fullstendig og begynner med en elegant utledning av den isokrone kurven, som først ble funnet av Huygens. Men som den fremragende matematikeren Abel var allerede som 21-åring, gjør han et grep som kjennetegner matematisk storhet: Han begynner med å generalisere problemet enormt, i form av en integralligning som vi i dag kaller en Abelsk integralligning. Deretter løser han denne generelle integralligningen og spesialisere deretter til å gi løsningen på det opprinnelige problemet. Og løsningen som han finner på denne måten er mer elegant, og trenger dypere inn i matematikken enn noe en kunne ha kommet med ut fra den opprinnelige formuleringen! Dessuten aner vi i hans utledning omrisset av den geniale ideen som ligger til grunn for hans senere arbeider med de elliptiske transcendent funksjonene, og videre inn i selve den såkalte Pariseravhandlingen og til slutt kappestriden med Jacobi, nemlig Abels inversjonsprinsipp.

Men ikke nok med det. Den moderne røntgentomografien som er så uunnværlig i dagens legevitsenskap, ble belønnet med Nobelprisen i medisin i 1979. Det er mindre kjent at det matematiske grunnlaget for denne teknikken kommer direkte fra løsningen av en slik abelsk integralligning, ved et spesialtilfelle som ble gjenoppdaget først i 1913 og deretter i 1963.



Niels Henrik Abel, 1802–1829.

Det hører også med at Abel her for første gang innfører såkalt brud- den derivasjon, altså den n -te deriverte av en funksjon $y = f(x)$ der n er en positiv eller negativ brøk. Abel utledet så en formel for en slik brud- den derivert som i dag kalles ved det feilaktige navnet Riemann–Liouilles formel. Grunnen til at det ikke var kjent at dette var en oppdagelse av Abel, er at da Abels lærer Holmboe utga den første vesjonen av Abels samlede verker i 1838, tok han ikke med denne delen av avhandlingen. Hverken Holmboe eller Hansteen

var i nærheten av å forstå alt det matematiske stoffet de satt med etter Abel. Og denne artikkelen var det bare de som kunne lese den gangen, for den var jo skrevet på norsk. Først da Lie og Sylow utga Abels samlede verker i 1881, ble hele denne artikkelen tilgjengelig på fransk.

Vi kan våge den påstanden at om Abel bare hadde fått publisert sine to første avhandlinger på fransk, ville det alene ha gitt ham en hederlig plass i matematikkens historie. Det er nesten litt forunderlig når en så betydelig matematiker som Øystein Ore skriver dette: «... de fleste av disse bidrag [var] uten stor betydning, de var begynnerforsøk og hovedsakelig fikse regninger». Men så føyer han til: «Men

løven var begynt å vise sine klør». Og da er det nettopp denne integralligningen Ore har i tankene, «... et emne som først lange tider etterpå skulle utvikle seg til et meget viktig område av matematikken».

Denne bemerkningen av Ore er sannsynligvis inspirert av en tilsvarende vurdering i C.A. Bjerknes' Abel-biografi fra 1880. Der står følgende: «Skjønt allerede disse arbeider inneholder smukke ting, hører de dog til de mindre betydelige, særlig i forhold til de etterfølgende». Men i 1929 kom det ut en forkortet og omarbeidet utgave av denne biografien, redigert av V. Bjerknes. Her er denne bemerkningen fra 1880 gjengitt, men med en meget interessant fotnote:

Dette stemmer ikke helt med vitenskapens syn nå. Men ordene er beholdt uforandret som C.A. Bjerknes skrev dem for 50 år siden, fordi de nettopp derved på en så utmerket måte illustrerer utviklingen av synet på Abels betydning. Den gang da annen utgave av Abels verker ble besørget, og Bjerknes samtidig skrev sin biografi, ble det fra mest autoritativt utenlandsk hold gjort gjeldende at Abel «burde beskjæres», han skulle fremtre helt som den uangripelige klassiker. Mot dette hevdet både Bjerknes og de som foretok utgivelsen, Sylow og Lie, at intet måtte utelates av det en som Abel hadde etterlatt. Ingen kunne vite hva en enda kunne oppdage hos ham. Om i så fall denne avhandling nr. 2 hadde falt som offer for beskjæringen, vet man ikke. Men i hvert fall: Denne avhandlingen har dannet utgangspunktet for den teorien for integralligninger som danner ett av vårt århundredes viktigste fremskritt i matematikken.

Referanser

- [1] A. Holme. *Matematikkens historie 1. Fra Babylon til mordet på Hypatia*. Fagbokforlaget, Bergen 2001, annet opplag 2002.
- [2] A. Holme. *Matematikkens historie 2. Fra de arabiske vise til Niels Henrik Abel*. Fagbokforlaget, Bergen 2004.
- [3] University of St. Andrews. *The MacTutor History of Mathematics archive*. Nettsted med adresse: www-history.mcs.st-and.ac.uk