

Selbergintervjuet – Matematisk Oppvext

Nils A. Baas og Christian F. Skau

Matematiske Institutt
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
baas@math.ntnu.no, csk@math.ntnu.no

Når ble du klar over at du hadde spesielle evner i matematikk?

Vel, jeg skal si dere at i grunnen den første tiden jeg husker, det var en gang – vi bodde da på Nesttun ved Bergen – jeg må ha vært en 7-8 år gammel, og vi var engasjert i et ballspill noen andre gutter og jeg. Jeg tror at det var en slags langball, og det er jo ofte da man har en del tid og ikke gjør noen ting, man står bare og venter. Da regnet jeg ofte ut forskjellige ting i hodet. Jeg drev og så på differansene mellom de forskjellige kvadrater oppover, og så at man fikk de ulike tall. Jeg greide å finne et bevis for det. Jeg regnet ikke med bokstaver den gangen, men ved å tenke på at mellom tallet og tallet pluss ett kvadrert, skjøt jeg inn produktet mellom tallet ganger tallet pluss ett, og da kunne jeg lett finne ut differansen for begge sider. Så jeg oppdaget da ved å addere de ulike tall oppover at fikk jeg kvadrater hele tiden, og jeg synes jo det var noe interessant. Litt senere så fant jeg også på samme måte, kan man si, at $A^2 - B^2$ er $(A + B) \cdot (A - B)$. Det kan gjøres på samme måte selvfølgelig ved å skyte inn AB mellom de to kvadratene. Da kan man se differansen til begge sider, og det siste hjalp meg jo ganske mye i hoderegning. Man kan forkorte en god del ting på den måten, særlig fordi kvadratene er ganske lette å huske ganske langt oppover.

Hvordan vil du sammenligne dette med at Gauss som barn adderte $1 + 2 + 3 + \dots$ osv. opp til 100 da han ble anmodet av sin lærer om å gjøre dette?

Det var noe bedre gjort.

Synes du det?

Ja, ja, det synes jeg var bedre gjort. Jeg er ikke så sikker på at jeg ville ha funnet på noe sånt. Men jeg forsøkte aldri å addere tallene opp til 100. Det var aldri noen som ba meg om å gjøre det.

Fortalte du dette til noen eller diskuterte du det med din far?

Nei, det gjorde jeg ikke. Det var en interessant erfaring som jeg faktisk kan huske den dag i dag. Det gjorde et stort inntrykk på meg at den lovmessighet jeg hadde greid å etablere, den holdt så å si generelt, ikke bare i eksempler. Først en del år senere begynte jeg å lese litt. Min far hadde i sin forholdsvis store matematiske boksamling også en del skolebøker, ikke bare fra Norge, men også fra Danmark. De danske bøkene var av høyere kvalitet enn de norske og var tydelig skrevet av bedre matematikere. Jeg så litt i skolebøker fra Danmark, og jeg lærte meg å løse

kvadratiske ligninger med en ukjent, og lineære ligninger med flere ukjente – ved å eliminere, ikke med determinanter. Determinanter møtte jeg først mye senere og jeg må si jeg likte ikke noe særlig det med determinanter, men senere fant jeg at de kunne være ganske nyttige.

Før vi går videre, kunne du si litt mer om din oppvekst og hvilke steder i Norge du føler deg mest knyttet til?

Jeg er født i Langesund, men har ingen erindringer om Langesund. En del av mine eldre søsken husket Langesund svært godt, men jeg var etter hva jeg ble fortalt omkring syv uker gammel da vi forlot Langesund og reiste til Voss. Så Voss er det første sted jeg kan huske. Vi ble der i flere år. Vi dro fra Voss da jeg var cirka 5 år. Enten litt før eller litt etter jeg ble 5 år. Jeg er ikke riktig sikker på det. Men, jeg har ganske godt minne om særlig de senere årene. Begynnelsen av mitt opphold der kan jeg selvfølgelig ikke huske noe av. Jeg var litt for ung for det. Vi bodde også på forskjellige steder der, først et sted som jeg har veldig vage erindringer om, fordi jeg tror jeg var ikke stort mer enn to år eller så da vi dro derfra. I mellomtiden hadde min far bygget et hus, en villa, ikke så langt fra jernbanestasjonen faktisk på Voss. Vi flyttet inn der. Det huset står fremdeles. Jeg har selvfølgelig ingen ideer om hvem som bor der nå. Jeg har ofte gått opp og sett på det når jeg har vært på Voss, som jeg har besøkt en hel del i de senere år når jeg har vært i Norge. Mye for det jeg har noe slekt der, og dessuten, mine foreldre ble begravet der. Og også min første kone.

Er hun også begravet på Voss?

Ja, hun er begravet der. Jeg kommer også til å bli begravet på Voss.

Hvor flyttet dere så fra Voss?

Det er som jeg sa da jeg var cirka fem år gammel. Det er en episode som jeg husker ganske mye av fra like før flyttingen, men jeg burde kanskje ikke fortelle den.

Vi prøver!

Min bror Ole som var litt over to år eldre enn meg hadde fått en gyngest, jeg tror cirka ett år før. Og det må jeg si, jeg hadde holdt dette imot ham at han hadde den gyngest og at jeg ikke hadde noen gyngest. Så jeg, før vi flyttet fra Voss, så husker jeg sa til ham at jeg ville hugge bena av gyngesten før vi skulle reise. Det kan jo sees på som et forsøk på å gjøre flyttingen noe lettere. I alle fall, han trodde ikke noe på meg, men jeg fant en øks og hugget benene av gyngesten. Så han hadde ingen gyngest lengre da han flyttet fra Voss.

Og da var det til Bergen dere flyttet fra Voss?

Vi flyttet ikke til Bergen, men min far hadde da opptatt en stilling i Bergen ved Syneshaugen skole. Han var lærer i gymnaset der. Vi flyttet først til et sted noe utenfor Bergen, på den såkalte Bergensbanen, et sted som het Hop, der bodde vi nesten ett år, og så flyttet vi til Nesttun, hvor vi ble boende ganske lenge. Jeg flyttet vel fra Nesttun i enten '32 eller '33. Jeg var i tredje middelskoleklasse da vi flyttet på høsten. Min far hadde allerede reist dit. Men så tok det en tid å skaffe hus for familien der, så vi ble værende på Nesttun en tid. Vi skulle også selvfølgelig selge huset vi hadde på Nesttun og arrangere flytningen, så jeg ble gående litt på skolen

i Bergen på høsten '32 eller '33, Min bror Ole gikk fremdeles på skole i Bergen, han var begynt i gymnaset der. Men vi syntes etterhvert at det var ikke i grunnen så nøye. Huset var allerede solgt, så vi bodde ikke med noen andre av familien, men bodde noe annet sted de to av oss. Så etterhvert, vi bestemte oss til at vi ville ikke gå på skolen lengre men vente til vi kom til Gjøvik og begynne der. Så vi sluttet å gå på skolen. De folkene vi bodde hos trodde at vi gikk på skolen, men vi, får jeg si, drev omkring på forskjellige steder og det kunne være ganske interessant også, for så vidt. Men ble jo slutt på det selvfølgelig. Når vi kom til Gjøvik begynte vi på skolen igjen.

Så det var på Gjøvik du gikk på gymnasiet?

Ja, der gikk jeg også ut 3. middelskoleklasse, og tok Middelskoleeksamen, og så begynte jeg på gymnaset. På gymnaset gikk jeg bare to år. Jeg bestemte meg etter å ha gått første klasse av gymnaset at det ble litt lenge igjen, så jeg bestemte meg til å hoppe over en klasse og begynte i 3. gymnasklasse etter den første. Jeg måtte ta en spesiell eksamen i tysk for å kunne gjøre det, men det gikk jo nokså lett. Min tysk var ganske god, for jeg hadde lest ganske mye tysk litteratur. Vi sluttet skolen, altså gymnasiet, samtidig, min bror Ole og jeg på tross av aldersforskjellen. Han var litt over to år eldre.

Dere var ni søsken og derav fem gutter. Og du var den yngste?

Jeg var den yngste, ja.

Dere fem gutter ble jo alle professorer, og tre av dere i matematikk. Hadde dine eldre brødre noen innflytelse på ditt valg av matematikk som felt?

Jeg må si, hva som gjorde at jeg valgte matematikk var til dels hva jeg hadde lest på egenhånd i min fars bibliotek, og det drev meg i aller tidligste år også. Før jeg ble interessert i å se på de matematiske bøkene, så må jeg tilstå jeg leste mest i en del leksikoner i huset. Ett norsk, som ikke var så veldig stort, men også et stort tysk ett, som jeg selvfølgelig ikke riktig kunne forstå ordene i. Men det var ganske mange interessante illustrasjoner i det, så jeg bladde mye i det og så. Men i det norske leste jeg en hel del. Ganske tidlig. Jeg tilbrakte ofte en hel del av tiden etter skolen med å sitte med forskjellige bind av dette norske leksikonet og se på artikkel etter artikkel. Men jeg må si på den tiden interesserte jeg meg litt mer for kjemi enn for matematikk, og mer spesielt, jeg var interessert i ting som eksploderte!

Men da du begynte å studere, vurderte du ikke å studere kjemi, sammen med matematikk?

Nei, jeg tenkte at kjemi var ikke noe fag for meg, for der må man ta ganske mye laboratorieforsøk. Jeg bestemte meg til, for sikkerhets skyld å ta fysikk som jo har noe laboratorium, men ikke på langt nær så mye som kjemien. Ellers hadde jeg, som bifag, ved siden av fysikken, så hadde jeg mekanikk og astronomi.

Dine to eldre brødre, Henrik og Sigmund, hadde de noen innflytelse på ditt valg av felt, innenfor matematikk?

Jeg må si, den som hadde en innflytelse var min bror Sigmund som jeg snakket mer med. Han hadde også begynte å lese matematikk på egenhånd. Og han gjorde meg oppmerksom på - for eksempel - en bok i min fars bibliotek, som jeg nok vel

ikke hadde åpnet hvis han ikke hadde vist den til meg. Det var en algebra bok av en franskmann, Serret. Men den var oversatt til tysk, så jeg kunne lese den, etter jeg hadde begynt å lære noe tysk. Og det hadde noe i seg som fanget min interesse, og som han viste meg. Det var noe av Chebyshevs arbeider om primtallenes fordeling, og dette syntes jeg var uhyre interessant, så det leste jeg gjennom. Jeg må si at resten av boken var ikke verdt å lese, så jeg lærte ingen algebra egentlig. Min far abonnerte på Norsk Matematisk Tidsskrift, og av og til så jeg på artikler der. Og det kom en artikkel av Carl Størmer¹ om Ramanujan. Den syntes jeg var uhyre interessant. Men, selvfølgelig, det var ikke noe mer. Min far hadde ingen bøker om Ramanujan, selvfølgelig. Men min bror Sigmund hadde vel lest samme ting, og hadde tatt ut fra universitets bibliotek Ramanujans samlede verker, eller hva det nu heter, kanskje "selected" verker, som var publisert av G. H. Hardy. Han tok dette med hjem i en eller annen ferie så jeg fikk se den, og det gjorde et stort inntrykk på meg. Og jeg må si, disse to ting kom nok til å bestemme mye mine framtidige interesser i matematikk. Jeg mener primtall, og selvfølgelig, når man er interessert i primtall så følger det at man blir interessert i zeta-funksjonen, for eksempel. Og av Ramanujan kom interessen for modulformer og den slags, og det leder selvfølgelig også til en interesse for mer generelle automorfe funksjoner og former. Så disse ble hovedinteresser. Jeg ble senere også interessert i såld-metoden. Den kom ikke i grunnen av noen ytre innflytelse, men fordi jeg i forbindelse i mitt arbeide med zeta-funksjonen så fikk jeg noen ideer som ledet meg inn til den. Først til den annen måte å betrakte såld-metoder på, og til et mylder av arbeider på dette området også. Men selvfølgelig dette var jo forbundet med spørsmål om primtall så det var jo egentlig ikke ut av det generelle området som Sigmund hadde introdusert meg til. Jeg kan ikke si at min bror Henrik hadde noen innflytelse på meg, men han var hjelpsom. Han maskinskrev min første avhandling som jeg fikk framlagt i høsten 35, da jeg begynte ved universitetet. Størmer fremla den i videnskapsakademiet og han [Henrik] ikke bare maskinskrev den men han også førte inn formlene med sin håndskrift fordi min håndskrift ikke var så vakker, og den var også noe stor. Hans var mer delikat, får jeg si. Og så det passet bedre. Så hvis man ser på manuskriptet der ligner det ikke mye på mine senere manuskripter. Da jeg begynte å føre inn formlene selv. Det ser mye penere ut dette første.

I de tidlige formative årene, mens du ennå var i gymnasiet, var det enkelte matematikere som stod for deg som forbilder, og som fikk innflytelse på hva du valgte senere som forskning i matematikk?

Vel, da jeg var i gymnasiet hadde jeg allerede lest ganske mye matematikk, så jeg var jo kjent med navnene til en hel del. Men jeg kan ikke egentlig si at de var forbilder for meg. Fordi jeg tenkte jo ikke på ... jeg mener for eksempel et navn som Abel eller Riemann eller for ikke å snakke om Gauss. Det falt meg ikke inn å bruke de som forbilder, for jeg tenkte jo at de lå jo langt foran hva jeg kunne regne med å prestere noen gang. Så jeg kan ikke si å ha hatt noe forbilde i den forstand. Det fantes en del matematikere som jeg beundret, men de var ikke forbilder. Jeg mener, i mitt valg av hva jeg ville lese og ville beskjefte meg med så hadde jeg aldri noen tanker på å følge etter noen bestemt. Det var mer hva som appellerte til min fantasi.

¹Carl Størmer (1874-1957), norsk matematiker, professor i matematikk ved Universitetet i Oslo, 1903-1946

Men når ble du kjent med disse navnene slik som Abel, Gauss og Riemann? I hvilken alder?

Jeg mener, vi hadde jo disse bøkene i min fars bibliotek. Så jeg så på disse bøkene til dels før jeg kom i gymnasiet, selv om jeg ikke forstod noe særlig av det på den tiden. Jeg måtte jo først lærer meg litt av grunnlaget, som jeg gjorde på en noe ubalansert måte, får jeg si. Den første store lærebok jeg tok fatt på var da jeg var 12-13 år gammel, jeg begynte å lese Størmers bifagsforelesninger i matematikk. Min far hadde en nokså gammel utgave, en tidlig utgave som var håndskrevet. Grunnen til det var at da jeg bladde i denne boken kom jeg over en formel som jeg syntes var veldig merkverdig. Nemlig en rekke som var først oppdaget av Leibniz:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

Det syntes jeg var veldig merkverdig, for jeg visste allerede hva π var i forbindelse med sirkelen. Så jeg bestemte meg til å finne ut hvordan dette hang sammen, jeg begynte å lese boken. Det var et under at jeg ikke ga opp fordi den begynner med å innføre de reelle tall og bruker Dedekind-snitt. Jeg leste igjennom og kunne ikke begripe hva det skulle være godt for. Jeg syntes jeg hadde et ganske klart begrep om reelle tall som jeg tenkte på som desimaltall, desimaler, muligens uendelige desimaler. Jeg må si at jeg anser at Euler hadde utvilsomt et helt klart begrep om hva et reelt tall var, ingen grunn til å tro at det først kom med Dedekind. De kan like godt defineres på den måten: vi skriver ting opp i desimalsystemet og tenker oss at vi har uendelige desimaler. Denne innføringen av reelle tall i Størmers bifagsforelesninger kunne jeg ikke forstå hensikten eller nytten av, men jeg leste gjennom det, og etter at jeg var ferdig med det avsnittet, så begynte stoffet å bli interessant fra mitt synspunkt. Jeg synes fremdeles at Størmers bifagsforelesninger var meget gode, og det var en stor ulykke synes jeg at man i Norge innførte Tambs Lyches lærebøker. På mange måter, av alt det jeg har lest var det kanskje den bok som betydde mest for min utvikling som matematiker.

I Størmers bifagsforelesninger der møtte du også kjedebrøk for første gang?

Kjedebrøk syntes jeg var interessant. Jeg fant jo ut at de blant annet hadde sammenheng med dette som av noen grunn kalles for Pells ligning. Den har jo i virkeligheten ingenting med Pell å gjøre. André Weil sa engang at hvis noe har fått navnet etter noen person, så hadde vedkommende som regel veldig lite med det å gjøre.

Du hadde vel ikke noe utbytte av matematikkundervisningen i skolen?

Jeg leste ingen geometri. De trigonometriske funksjoner møtte jeg først som potensrekker, og Eulers formler for sinus og cosinus ved e^{ix} og e^{-ix} møtte jeg først på den måten.

Men senere ble du mer interessert i geometri?

Bare når jeg kunne ha nytte av det, så og si. I hva jeg har gjort senere, har jeg til dels måttet bruke en del geometriske betraktninger. Jeg syntes det av og til var lettere å håndtere symboler, og å bruke analyse og sånt, selv om jeg var mer interessert i anvendelse på diskrete problemer. Jeg var aldri så særlig interessert i generell funksjonsteori. Jeg likte de spesielle funksjonene, elliptiske og automorfe

funksjoner, for eksempel, og særlig modulfunksjoner og modulformer og lignende. Den generelle analytiske funksjonen syntes jeg var omtrent så interessant som det generelle reelle tall. Man er i grunnen ikke så særlig interessert i det. Proletariatet av alle reelle tall er ikke så interessant på en måte, selv om det kan være vanskelig å finne ut av deres natur, om de er irrasjonelle eller algebraiske eller hva de nå kan være. For eksempel Eulers konstant, det er enda ingen som vet noe om dens natur.

Hva med Riemannske flater?

Selvfølgelig, da jeg leste funksjonsteori kom jeg bort i Riemannske flater, men jeg var mer interessert i algebraiske Riemannske flater enn det helt generelle begrepet, og i uniformiseringsteori og automorfe funksjoner.

Hang din interesse for automorfe former sammen med din oppdagelse av Ramanujans arbeider?

Jo, jo, dette startet med Ramanujan. Det var min første kontakt med det, og det var ikke generelle automorfe funksjoner eller generelle grupper, men til å begynne med var det modulgruppen, og den klassiske modulfunksjonen som knytter seg til den, og til undergrupper av endelig indeks, som jeg studerte.

La oss vende tilbake til skolen: fulgte du den vanlige undervisningen der?

Jeg leste noe språk på egen hånd. Jeg begynte å lære litt engelsk mens jeg alt var i folkeskolen. Jeg hadde funnet en kopi i min fars bibliotek – ikke den matematiske del av det – av "Alice in Wonderland", så jeg ble interessert i illustrasjonene, og skulle gjerne kunne lese den. Jeg begynte med å sitte med en ordbok og oversette ord for ord. Det var veldig besværlig selvfølgelig, men jeg fikk av og til en eldre søster til å lese og oversette for meg. Det var min eldste søster Anna som gjorde det, og det var jo svært snilt av henne å gjøre det. Jeg vet ikke om hun var noe særlig interessert i boken.

Kan du fortelle om din første oppdagelse i matematikk som resulterte i et arbeide?

Den første oppdagelse var jo dette med differansen av kvadrattallene! Jeg leste jo en hel del i de forskjellige bøker, og gjorde ikke noen oppdagelse som er noe å snakke om. Det var enkelte ting, jeg fant en forbindelse mellom integralet

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^x}$$

og rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$$

Det er jo et forholdsvis enkelt bevis hvis man har lært hva gammafunksjonen er og Eulers integral for gammafunksjonen. Da er det en enkel formel å vise.

Hvor gammel var du da?

Det var en del senere. Jeg var 15 år gammel, kanskje.

Den oppgaven sto i Norsk Matematisk Tidsskrift i 1932, så du var 15 år gammel.²

I 1932? På hvilken tid av året? Jeg vet ikke presis hvor lang tid det tok før den kom der. Det var ikke jeg som sendte den inn, det må ha vært min far som sendte den. Den kan jo også generaliseres til en mer generell form.

Kan du fortelle oss litt om din studietid i Oslo? Hva du arbeidet mest med da?

Som sagt, jeg kom til Oslo høsten 1935. På den tid var det ganske mange av familien som var i Oslo, så vi hadde leiet en leilighet oppi Ullevål Hageby, i en villa med to leiligheter i. Vi hadde toppleiligheten, og det var en skipskaptein som hadde leiligheten under oss. Jeg kan ikke huske hans navn. I alle fall, det var, skal vi se, ved siden av meg selv, så begynte min bror Ole også sine studier den høsten i filologi, for hans vedkommende. Mine brødre Arne og Henrik var også begge i leiligheten. Henrik var dosent ved universitetet, og min bror Arne var ingeniør ved brokontoret i vegvesenet. Dessuten var min eldste søster Anna der. Hun tok noen studier der. Hun var lærer egentlig. Min bror Sigmund ble værende på Gjøvik. Han hadde fått pleuritt, så han hadde ligget til sengs over hele sommeren, og ble også liggende hele høsten. Det var sent på høsten da han kom ned til Oslo. Han hadde lagt på seg en hel del mens han lå til sengs, kan jeg huske. Så, det var for så vidt så mange av oss at det var en god ide å leie en leilighet. Vi hadde også en housekeeper, eller en husholder, som det heter. En dame som kom fra Hardanger. Så jeg levde nokså forskjellig fra de fleste andre studenter som kom utenfra til universitetet. Jeg var således på den tid fremdeles i familien. Det første faget jeg tok var astronomi. Eller, det fantes jo også dette de kalte forberedende prøver. Latin hadde vært gitt opp på den tiden, men det var fremdeles noe i filosofi og psykologi, som de kalte det. Jeg gikk selvfølgelig ikke på noen forelesninger i dette, jeg bare så litt på disse bøkene. Jeg fulgte forelesningene i astronomi, som var til dels astrofysikk og til dels hva man kaller himmelmekanikk. Ved siden av det så drev jeg da med min matematikk ved siden av. Jeg fikk mitt første arbeide framlagt av Carl Størmer etter at det var blitt maskinskrevet av min bror Henrik. Også formlene ble innført av ham.

Hva var emnet i dette arbeidet?

Det var inspirert av Ramanujan, får jeg si. Det var skrevet på tysk på den tiden, for det var mitt beste språk, "Über einige arithmetische Identitäten". Og jeg hadde en del formler av forskjellig art der. Det ble sendt til England, til en matematiker G. N. Watson, som hadde arbeidet en hel del med Ramanujans ting, for hans bedømmelse. Det tok ganske lang tid før han sendte det tilbake med en uttalelse. Jeg skal egentlig ikke klage, for senere var jeg heller ikke så særlig kvikk hvis jeg fikk tilsendt noe jeg skulle se på. Så jeg må si at Watson var nok ikke på noen måte langsommere enn hva jeg har vært. Men jeg synes det tok lang tid, og Størmer sendte etterhvert, tror jeg, ett purrebrev på ham, så da kom det tilbake. Han hadde ett par forslag på endringer i notasjonen og sånn. Det gikk jo greit altså. Så det kom da ut, og jeg fikk dette publisert. I mellomtiden var jeg begynt å arbeide med noe annet som også hadde å gjøre med Ramanujans saker. Det var om hans såkalte mock theta funksjoner. Watson hadde skrevet om noen av dem. Ramanujan hadde nevnt tre

²Nypublicerat i detta nummer under titeln 'Løste oppgaver'

klasser av funksjoner: mock theta funksjoner av orden 3, 5 og 7, som han kalte dem. Og mellom de første hadde han gitt visse relasjoner. Mellom disse av orden 7 hadde han ikke gitt noen relasjoner. Mitt arbeide gikk i det vesentlige ut på å vise at de hadde den opptreden i nærheten av singularitetene på enhetssirkelen, nær de rasjonale punkter på enhetssirkelen som de skulle ha ifølge hans definisjon. Og jeg kunne bruke en del av det jeg hadde funnet i mitt første arbeide, noen av disse formlene, til dels, for å kunne gjøre disse oppskatningene som var nødvendige. Så jeg kunne vise at de oppførte seg som Ramanujan sa de skulle. De var mock theta funksjoner i den forstand at de oppførte seg som en riktig theta funksjon opp til en feil som var begrenset eller liten når man nærmet seg singularitetene. Så dette arbeidet gjorde jeg ferdig også under det første året, og gav det til Størmer. Det ble trykt året etter. Ja, jeg tok selvfølgelig også noen eksamener på universitetet, men det er ikke så mye å snakke om. Jeg mener etter astronomi tok jeg mekanikk som fag, og så til slutt fysikken, som jeg hadde utsatt på grunn av at laboratorieretningen tok sin tid, selvfølgelig. Jeg gikk på forelesninger i mekanikk også. Det var Edgar Schieldrop han var på mange måter en god foreleser, men han hadde den feil, må jeg si, at han ofte gikk nokså lett hen over ting som i virkeligheten var nokså vanskelige, mens han spanderte lang tid over det som var egentlig ikke så vanskelig. Men han fremstilte det som om det var vanskelig. I fysikk gikk jeg litt på Lars Vegards forelesninger. Men Sem Sæland som foreleste også, han var gått av som rektor og kommet tilbake til fysikken. Jeg hørte på en forelesning av ham og den synes jeg var så dårlig. Det var ikke verdt å høre på ham lenger, tenkte jeg. Så jeg leste fysikk utenom. Men selvfølgelig, jeg gikk på laboratoriet og jeg ble satt... vi var jo to og to som arbeidet sammen. Da vi gjorde vårt første eksperiment... jeg så at denne som jeg var sammen med, jeg kunne ikke riktig ha tillit til ham når det gjaldt å håndtere de elektriske ting. Jeg så han var begynt å sette opp det første eksperimentet og det ville ha ledet til en kortslutning hvis jeg ikke hadde stoppet ham i tide. Så jeg fikk den avtalen at jeg skulle gjøre eksperimentet, så kunne han skrive det opp. Så det holdt vi oss til senere, og det gikk bra på den måten.

I astronomi, var det Rosseland som foreleste der?

Det var Rosseland som foreleste, ja. Vel, det var også en annen, men denne observatoren, han var det ikke noe særlig å høre på, får jeg si.

Hva med matematikkforelesninger, gikk du på dem?

Vel, jeg gikk på Heegaards forelesninger fordi jeg hadde ikke lest noe større geometri. Jeg mener, jeg var ikke interessert i disse tingene. Men jeg måtte jo lære meg noe av det fordi det var jo eksamen i det. Så jeg gikk og hørte på Heegaard, som var forresten en ganske god foreleser. Heegaard var en veldig mangesidig mann, han kunne veldig mange språk. Han kunne blant annet gresk for eksempel, og oversatte en del fra... han skrev en del ting om mer arkeologiske ting, om egyptisk medisin og magi tildels, og oversatte papyrus som var skrevet på gresk i den senere tid, i den hellinistiske tid i Egypt og sånn. Jeg tror ikke han kunne oversette de riktig gamle ting som var skrevet på egentlig egyptisk. Men han var kunnskapsrik i det henseendet også utenom. En noe merkelig mann på forskjellige måter, men hans forelesninger var i grunn ganske gode. Størmer gikk jeg på, tildels ut av høflighet, får jeg si. Jeg satt alltid langt bak, sånn at jeg kunne, om jeg ville, tenke på noe annet. Men Størmer var svært hjelpsom mot meg når det gjaldt å få mine ting

publisert. Han spilte jo antagelig en rolle når jeg søkte om bidrag fra Nansenfondet. For det fantes en særskilt avdeling av Nansenfondet som kaltes for Abelfondet. Det hadde vært finansiert av en som het Hanevik, på en tid da han hadde penger. Han var en meget velstående mann under krigen og like etter den første verdenskrig, men så kom det en tid da det gikk veldig ned. Så han mistet det meste av det, de pengene han hadde. Hans tanke hadde vært egentlig å gjøre et mye større bidrag. Det skulle ha vært større dette Abelfondet. Det var ikke så stort, men det rakk i alle fall for mine behov. Og han hadde jo også lovet å skaffe Oslo en opera. Christopher Hanevik var hans navn. Men det ble det aldri noe av. Han førte en del saker for å få tilbake en del av de ting han hadde mistet. Han døde antagelig før disse tingene ble riktig avgjort. Det dro ut og ut... men vi skal ikke snakke mer om Hanevik i alle fall. Jeg må si jeg tror i grunn Størmer var også en god foreleser. Og han foreleste bare bifag på den tid. Før jeg kom til Oslo hadde han holdt noen forelesninger om gammalfunksjonen for hovedfagsstuderende, men de var over da jeg kom. Han gav bare bifagsforelesninger mens jeg var der. Heegaard foreleste hovedfag. Da jeg senere tok matematikk som hovedfag, så hørte jeg på min bror Henrik som foreleste funksjonsteori, i det vesentlige. Og på den tid var Skolem kommet til Oslo fra Bergen, og han foreleste algebra. Nokså gammeldags algebra. Han brukte en bok av Dedekind og en annen, jeg kan ikke huske det andre navnet. Det var absolutt ikke moderne algebra, som man sier.

Hva slags geometri foreleste Heegaard på den tiden?

Han foreleste om algebraiske kurver for eksempel, og algebraisk geometri. Han foreleste om topologi, Riemannske flater, og sådan. Om differentialgeometri. Det var en hel del, ikke alle ting i samme semester. Dette her var hans hovedfagsforelesninger. Bifagsforelesningene var jo noe enklere stoff da.

Når fullførte du din hovedoppgave i matematikk?

Jeg fullførte den i '39.

Hvilket emne var det du behandlet?

Det dreide seg noe om modulformer. Framstillinger av modulformer ved Poincaré'ske rekker. En litt annen type enn de Poincaré hadde betraktet, og som ledet til visse formler for koeffisientene i disse modulformene, og en del konsekvenser som kunne dras fra dette.

Hvilken karakter fikk du på hovedoppgaven din?

Såvidt jeg husker fikk jeg 1 på hovedoppgaven hos Skolem. Han sa at den var egentlig for stor for en hovedoppgave. Den var på ganske mange sider. At det var mer en doktoravhandling, men jeg ville jo ha hovedfagseksamen så jeg hadde ingen tanker på å bruke det som doktoravhandling. Den skrev jeg først en del år senere. Etter våren '39, da jeg tok min hovedfagseksamen, så gjorde jeg min første "instalment", eller første del av min militærtjeneste. Jeg hadde fått den utsatt et år på grunn av at jeg arbeidet med hovedfaget, og at jeg ville delta på denne kongressen i Helsinki.

Men så ble det universitetsstipendiat?

Ikke med en gang, nei. Det tok et par år før jeg ble universitetsstipendiat. Det var en del andre folk som ventet på å bli universitetsstipendiater, og sånn. Det var ikke så lett å gå forbi, får en si, de som hadde mer ansiennitet.

Kan du fortelle om den oppdagelsen du gjorde da du leste om Ramanujans og Hardys arbeid med partisjonsfunksjonen?

Jeg så på denne avhandlingen om "partitions", og jeg fant den eksakte formelen, men det var en skuffelse. Poenget var at jeg så etter i Zentralblatt og leste anmeldelsen som sto om min første avhandling: "Über einige arithmetische Identitäten". Jeg hadde gjort ferdig dette om partisjonsfunksjonen sommeren i 1937. Da jeg kom til Oslo og så i Zentralblatt der, fant jeg dette referatet om min første avhandling, men på samme side sto Rademachers arbeide om partisjonsfunksjonen referert. Nå hadde jeg en ting som Rademacher ikke hadde, og det var at jeg hadde et mye enklere uttrykk for disse koeffisientene som opptrer i denne rekken. Det var også noe Ramanujan ville ha gjort hvis han hadde vært ved sine fulle krefter da dette pågikk, fordi den inverse av denne funksjonen som genererer partisjonene, er jo i virkeligheten bare en thetafunksjon, og den enhetsrot som oppstår i transformasjonsformelen foran thetafunksjonen kan alltid uttrykkes som en slags gaussisk sum. Hvis man gjør det, er det klart at rekken for partisjonsfunksjonen transformeres ved den inverse enhetsrot og konjugering. Hvis man gjør det, og setter det inn i denne definisjonen for disse koeffisientene, som betegnes $A_q(n)$ for ledd nr. q i rekken for partisjonsfunksjonen $P(n)$, så får man en ganske enkel rekke som viser størrelsesordenen for disse koeffisientene. Konvergenzen av rekken er åpenbar, men altså dette er noe som på en måte burde vært gjort av Hardy og Ramanujan, men jeg tror at Hardy hindret det endelige resultat, for Ramanujan hadde allerede vært inne på den riktige formelen tidligere i disse brev han skrev fra India til Hardy før han kom til England. Men på den tid avhandlingen ble skrevet, var det ingen tvil om at Ramanujan ikke var frisk. Han led antagelig av vitaminmangel, han ernærte seg bare på ting han fikk sendt fra India. Han hadde ikke frukt eller grønnsaker eller slike friske ting, bare slike ting som kunne tørkes. Han led åpenbart av ganske alvorlige ernæringsmangler.

Kan du fortelle om denne skuffelsen da du oppdaget at Rademacher hadde gjort dette?

Jeg bestemte meg til å ikke publisere dette med koeffisientene. Jeg syntes det var for lite til å skrive noe om. Men jeg bestemte meg til å gjøre noe annet, og hva jeg så bestemte meg til, var dette som jeg snakket om på den Skandinaviske Kongress i Helsingfors i 1938 (de sa Helsingfors på den tiden). Det var et kort foredrag på vel 20 minutter. Det var den første forelesning jeg noen gang har holdt. Og den gikk forholdsvis bra. Den ble trykt i kongressberetningen, et forholdsvis kort referat av den. Jeg møtte jo en del matematikere der, for eksempel møtte jeg Lindelöf den gang, og Carleman var der. Carleman presiderte da jeg holdt mitt foredrag og var meget velvillig, får jeg si, og Harald Bohr var også svært vennlig mot meg. Det som ellers gjorde mest inntrykk på meg på den kongressen, var et foredrag som Arne Beurling ga, det gjorde et stort inntrykk på meg. Det hadde i seg ganske mange ting, blant annet snakket han en del om sine generaliserte primtall og generaliseringen av primtallsatsen i den forbindelsen. Dette gjorde et stort inntrykk på meg.

Jeg hadde i 1939 fått et stipendium, et reisestipendium, som jeg hadde tenkt å reise til Hamburg for. Et foredrag som Erich Hecke hadde holdt i Oslo i 1936 under verdenskongressen, gjorde et stort inntrykk på meg. Jeg gikk ikke på det foredraget, jeg hadde ikke vett nok til det, men så det senere da kongressberetningen kom ut. Det var det som gjorde størst inntrykk på meg av alt i hele kongressberetningen må jeg si. Så jeg ville ha reist til Hecke. Jeg gjorde meg ferdig med hovedfag våren 1939, og jeg hadde gjort meg ferdig med første del av militærtjenesten sommeren 1939. Jeg var i feltartilleriet, regiment nr.2. Jeg hadde jo avsluttet mine studier, så det var rimelig å prøve å reise ut noe sted, men den andre verdenskrigen brøt ut akkurat som jeg hadde sluppet ut av militærtjenesten denne sommeren, og jeg ville ikke dra til Hamburg. Så jeg tenkte at jeg ville dra til Uppsala. Jeg hadde hørt at de hadde et veldig bra matematisk bibliotek i selve Matematiska Institutionen. I Oslo var det jo på den tiden svært besværlig. De hadde ikke mye bøker på Blindern. Tidsskrifter og sånt, det var svært lite, man måtte ned på universitetsbiblioteket på Drammensveien, og fikk ikke lov til å gå inn og lete etter ting selv, men vi måtte se i katalogen og bestille, så det var mye bedre i Sverige. Universitetsbiblioteket lå veldig ubekvent til for de på Blindern, det var ganske mye besvær å komme dit. Så jeg dro til Uppsala da istedet og tenkte at Beurling ville være der, men det viste seg at han var blitt innkalt til militærtjeneste for å tjene ved kryptografiavdelingen, eller chifferavdelingen som de sa der, og hvor han under krigen gjorde et stort arbeid faktisk. Han var en stor begavelse i den retning. Jeg traff Beurling bare en gang mens jeg var der. Det var en søndag da jeg var alene i biblioteket på Matematiska Institutionen og satt og arbeidet, så kom Beurling. Jeg kjente han fra kongressen i Helsingfors året før, og jeg snakket med han da, men ellers hadde jeg ingen nytte av han. Han var der simpelthen ikke. Nagell var der. Han holdt noen forelesninger som jeg gikk på, men for det meste satt jeg i biblioteket, og det var et meget godt bibliotek. De hadde masse tidsskrifter der, så jeg hadde mye mer tilgang til litteratur enn jeg ville hatt i Oslo – jeg mener lett tilgang til litteraturen. I Oslo var det som sagt mer komplisert den gangen å få fatt på tingene.

Uppsala var et godt sted å arbeide. Jeg hadde ikke mye bruk for professorene der, men på den annen side, jeg skaffet meg en del venner. Det var en del yngre folk der. Vi brukte å gå ut sammen på eftermiddagen til et konditori som var i nærheten og sitte der en stund og ha kaffe og litt kaker kanskje. Snakke sammen om litt løst og fast, som det heter. Det var en dosent der som het Harald Bergström som ble en venn av meg. Det var en annen mann, han var en tallteoretiker på den tiden, en elev av Trygve Nagell. Det var en annen elev av Trygve Nagell, jeg kan ikke huske hans første navn. Det var Billing til etternavn. Han var også en elev av Nagell. Han levde ikke så lenge. Han døde et par år etter faktisk. Han var også en ganske.... han var sønn av en biskop husker jeg. Bo Kjellberg var der. Han var vel den yngste av de andre. Og så var det en kjemiker. Han hadde noe interesse i matematikk. Han het Claesson til etternavn. Jeg kan ikke komme på hans fornavn, han ble senere professor i kjemi der og var formann for denne komiteen for Nobelprisen i kjemi i mange år. Jeg traff ham en del par ganger senere også, men dessverre, han fikk Alzheimer allerede i 60-årene. Han var ikke så svært gammel litt over 60, tror jeg, da han fikk Alzheimer.

Hvor lenge var du i Uppsala totalt da?

Jeg må si jeg var der til ut i desember en del. Men jeg synes det ble så ufyselig vær der. Det var så ille når vinteren begynte å komme. Ikke at det var så veldig kaldt, men det var så surt og så mye vind. Og når det kom snø, det kom noe, så ble [det] bare snøslaps i Uppsala. Det var vanskelig å holde sine føtter tørre, får jeg si. Jeg hadde likt Uppsala ganske bra tidligere, men jeg syns det var ille. Så jeg bestemte meg da i desember, jeg reiste hjem til jul i midten av desember tror jeg, at jeg ikke ville dra tilbake til Uppsala. Jeg ville like godt være om våren i Oslo og arbeide der. Riktignok, det var mer besværlig å få tak i bøker i Oslo.

Jeg hadde gjort ferdig en del manuskripter mens jeg var i Uppsala. Og da jeg kom tilbake til Oslo litt ut i januar, så gav jeg disse manuskriptene til Størmer og sa han kunne fremlegge dem. Det var to manuskripter, såvidt jeg husker. Ett som hadde noe av et utdrag av min hovedoppgave som ikke hadde vært nevnt i det jeg sa i Helsingfors i '38, og en annen avhandling som jeg hadde skrevet, som handlet om dette som idag kalles Rankin-Selberg konvolusjon som jeg hadde fått ideen til og kompletterte på ett par dager. Mine kunnskaper var jo veldig sporadiske på mange felter. Saken er den at i disse arbeider jeg hadde sett på, som alle var på engelsk... Ramanujan, Hardy og disse andre. De var ikke så særlig interessert i den mer differensialgeometriske naturen av det hyperbolske plan. Det forekom ikke noe sted i deres arbeide.

Da jeg kom til Uppsala, så jeg et arbeide der hvor jeg lærte noe som jeg ikke hadde visst om. Jeg hadde nemlig ikke hatt noe kjennskap til hyperbolsk geometri, og spesielt hadde jeg ikke hørt om målet

$$\frac{dx dy}{y^2}$$

som er det invariante mål i den hyperbolske geometrien i det øvre halvplan, og det fant jeg ut ved å se på et av de tyske tidsskrifter som kom. Så gikk det et lys opp for meg at jeg kunne gjøre noe som jeg hadde gjort på en dårligere måte for modulgruppen i min hovedoppgave, og jeg satte meg ned og jeg skrev et arbeide, et manuskript om det som jeg nevnte ovenfor, og som kalles for Rankin-Selberg konvolusjonen. Hvis du har to modulformer kan du danne en Dirichlet-rekke hvis koeffisienter er produktet av de tilsvarende koeffisienter av de to modulformer, og den har da en viss funksjonalligning. Jeg ga beviset for funksjonalligningen og trakk en del konsekvenser som jeg ikke ga hele beviset for, men bare skisserte.

Det var ut i mars at jeg så i Zentralblatt, at det var et arbeide av en skotte, Rankin, som var referert. Han hadde egentlig ikke definert en konvolusjon av to funksjoner. Han opererte bare med en funksjon og kvadratene av koeffisienten til den, så det var mer spesielt. Han hadde trukket noen konsekvenser av dette. Det som han hadde gjort hadde bare anvendelser på modulformer av samme vekt eller automorfi-faktor, mens det som jeg hadde definert kunne også brukes til to former av forskjellig vekt. Min idé der var noe mer generell enn hans, men han var utvilsomt først ute. Selv om jeg hadde levert inn min avhandling til Størmer, sendt fra Uppsala, så ville det allikevel være så at prioriteten var Rankins. Han hadde, som jeg kunne se av hans manuskript, gjort det ferdig om våren, mens jeg gjorde det ferdig om høsten.

Så det var en skuffelse igjen?

Det var en skuffelse må jeg si. På den tid kom Siegel på gjennomreise til Oslo, og ga et foredrag som jeg hørte på, det gjorde en del inntrykk på meg³. Jeg hadde ikke hørt på ham på kongressen i Oslo. Jeg hadde manglende kunnskap om hva jeg burde høre på. Jeg hadde hørt på en del andre, Mordell og Polya blant annet. Det var de to foredrag jeg likte best av de jeg hørte. Jeg må si at min bror Henrik hadde også noen ganger fått meg inn for å hjelpe å fylle auditoriet, når det syntes å være for få tilhørere. Så jeg hadde hørt på en del ting som jeg absolutt ikke hadde noen interesse av å høre på, men han hadde vært hjelpsom på så mange andre måter, så jeg skal ikke klage.

Kan du fortelle oss litt om hvordan du ble involvert i krigen, i starten av den tyske okkupasjonen? Hva skjedde den 9. april 1940?

Alt ble avbrutt da krigen kom den 9. april. Vi ble vekket om natten. Det var allerede nokså forstyrrende nyheter om kvelden, får jeg si. Men om natten, selvfølgelig, gikk flyalarmen, så vi var oppe tidlig den morgenen, og jeg fant ut hva som foregikk. Så jeg pakket mine ting som jeg skulle ha med meg og dro opp til Gardermoen. Egentlig, mitt direktiv var at jeg skulle melde meg på tredje mobiliseringsdag. Men det stod klart for meg at dette var en situasjon der man ikke kunne følge reglene. Hvis jeg ville ut av Oslo og komme til min avdeling, så måtte jeg gjøre det med en gang for, jeg mener, da jeg dro ned til jernbanestasjonen så var tyskerne allerede kommet inn i Oslo. Jeg fikk et tog opp til Gardermoen, og der var en del folk og en hel del forvirring, får jeg også si. Det ble oppsatt en bataljon, en artilleribataljon som jeg da ble med i som såkalt peileskivefører. Det var egentlig ikke det jeg var trent for. Heldigvis fikk jeg ikke bruk for den spesielle trening som en peilerskivefører skal ha fordi vi stort sett når vi brukte våre kanoner, så hadde vi nokså direkte sikte. Det var en noe annen type krig enn hva man egentlig hadde planert for. I hvert fall da jeg gjorde militærtjenesten. Vi planerte for noe ganske annet, med mer nøyaktige observasjoner. Dette her var mer improvisert får vi si, alt sammen. Men vi fikk ferdig denne artilleribataljonen som var ledet av en Roar Hegstad, en major, og med en løytnant som hans stabssjef, Zeiner Gundersen, han ble senere sjef for generalstaben i Norge. Det vesentlige jeg kan huske om ham var, jeg hørte han hadde en veldig god eksamen fra krigsskolen, men han var forbannet hissig. Derimot, major Hegstad, må jeg si jeg fikk stor respekt for. Fordi det var ingenting som kunne oppsette hans temperament.

Så Zeiner Gundersens eksamen hjalp ham ikke så godt?

Vel, ikke der presis. Vel, i alle fall, jeg husker navnene på et par andre fra den avdelingen også, men det tjener ikke til mye å gjenta dem. Det var bare noen få av dem jeg kjente fra før av. De fleste folk jeg hadde gjort militærtjeneste med var ikke der.

Dro dere så oppover Gudbrandsdalen?

Vel, vi dro ikke til Gudbrandsdalen med en gang. Vi gikk på østsiden av Mjøsa. Fra der hvor vi var og fulgte oppover. Vi hadde en del trefninger. En ting som særlig sitter i min hukommelse det var på ett sted, jeg kan ikke huske navnet på

³Siegel dro fra Norge med båt til USA bare dager før den tyske invasjonen av Norge den 9nde april, 1940.

det. Og jeg var da faktisk ved staben hvor Hegstad var, major Hegstad. Og det var en nokså stor åpen mark derifra, og senere var det skog nedenfor. Og vårt artilleri skjøt noe nedover der, og det foregikk en del øyensynlig. Men våre tropper trakk seg tilbake etterhvert. Men de første som trakk seg tilbake var elgene i skogen. Jeg så 11 elger komme ut av skogen og over marken der. De dro hen noe annet sted. Jeg håper de fant ett mer fredelig sted. I alle fall, senere stoppet vi på en gård som het Bergsens, husker jeg. Og som lå litt syd for Hamar. Og etterhvert kom vi opp igjennom Gudbrandsdalen. Og da ble vi jo noe avløst. Det kom noen tropper utenfra. Britiske og noen kanadiske. Jeg må si, da jeg snakket med noen av dem, de sa de hadde ventet på å bli sendt til Finland, men ble sendt til Norge i stedet. Og jeg tror ikke de ville gjort noe større nytte for seg i Finland, heller selvfølgelig. Men jeg husker den gang jeg stod vakt ved vår bilpark. Vi transporterte folk med lastebiler mest, og kanonene med hester. Og det var ganske imponerende hva hestene kunne gjøre. Jeg mener, vi gikk over 200 kilometer på tre dager en gang. Men det var stadig å trekke seg tilbake etterhvert. Jeg mener, vi holdt stillinger for en tid, men så måtte vi gi dem opp. Så ble det til at disse fremmede tropper som kom inn skulle holde stillingene da, med noe artilleristøtte fra oss, ved siden av hva de måtte ha selv. Men det nyttet ikke så mye. Jeg husker, som sagt, jeg stod vakt ved denne bilparken, og jeg så to figurer som lusket i kanten av skogen der. Når de kom ut etterhvert, det var to britiske soldater som hadde kastet alt sitt våpen og utstyr, for å kunne løpe så fort de kunne, antar jeg. De hadde vært noe sted hvor de øyensynlig ble oppmerksomme på at tysk artilleri var begynt å skyte seg inn, som det heter, på deres posisjon. Så hadde de, i stedet for å trekke seg tilbake på en mer disiplinert måte, hadde de da rett og slett gått over i vill flukt. De hadde ingenting med seg annet enn sine uniformer, i det vesentlige. Vel, det var ikke alle som gjorde det selvfølgelig, men noen gjorde det.

Ble du selv noen gang beskutt direkte?

Å ja, men jeg ble ikke så mange ganger beskutt, men det var med maskingevær, tildels. Det var mer bombing. Vi reiste som regel langs veiene når vi transporterte oss. Det var jo mange ganger man måtte gå av veien. Og kaste seg ned og prøve å beskytte hodet. Vi hadde jo ikke hjelmer som beskyttelse. Vi hadde ingen stålhjelmer. Vi prøvde å dekke vårt hode så vel vi kunne, og så hørte vi etter disse bomber. De gjør jo en sånn pipende lyd når de kommer... på deres måte. Men hvis man hører at de eksploderer så vet man at man er klar av dem. Som regel må jeg si at bombingene var ikke noe særlig presisjonsbombing. For eksempel da jeg kom til Åndalsnes, som var hvor vi endte opp da de fremmede tropper ble trukket ut. Så vi endte opp der nede ved Åndalsnes. Og tyskerne hadde prøvd å bombardere jernbanestasjonen der, men de hadde ikke greid å treffe verken sporene eller selve stasjonen. Men det var en hel del ting omkring som var truffet. Og vi hadde et par dager da vi gikk og inspiserte en del hva som fantes der. Det fantes en del tekstilfabrikker, eller hva man skal kalle det, i en del hus. Og jeg husker, det var en del hus der som var skadet av eksplosjoner fra bomber. Blant annet ett som lå litt på skakke ved siden av. Jeg husker jeg var inne i ett rom hvor hele gulvet var dekket av knapper, som hadde kommet ut av noen ting. De lå nok ikke vanligvis spredt utover gulvet i et tykt lag. Det var et sted hvor det eneste som stod igjen uskadd, det var bensinstasjonen. Den var ikke truffet.

Du nevnte en episode en gang hvor du hadde beskutt et tysk fly?

Å, ja. Det var oppe i Gudbrandsdalen. Det hendte en morgen. Jeg gikk til en sånn vanrenne av tre, for jeg ville børste mine tenner, så jeg gikk dit hvor det var. Det var en åpning i skogen. Da jeg stod og børstet mine tenner om morgenen så kom det et fly over. Jamen begynte han ikke å skyte med sine maskingevær ned. Da ble jeg forbannet, så jeg tok denne karabinen som jeg hadde. Vi hadde i artilleriet, vi hadde et litt kortere gevær som ble referert sånn, men det var ellers konstruert som den vanlige Krag-Jørgensen riflen. Og jeg skjøt etter flyet, men prøvde å skyte litt foran det for at det skulle være en sjanse for å treffe det, men jeg vet ikke. Men i alle fall, det gav meg i alle fall litt utløp for raseriet. Jeg mente han kunne i alle fall latt meg børste tennene i fred.

Men så etter Åndalsnes, da gikk det liksom i oppløsning?

Da reiste jeg nedover til vår avdeling. Vi endte til slutt opp på Trandum som krigsfanger. Officerene endte opp noe annet sted. Men soldater og korporaler, jeg skal ikke si om vi hadde noen sersjanter hvor vi var, mulig vi hadde også det. Og jeg var der en tid. Tyskerne var da begynt å ville lage en flyplass på Gardermoen. Så de begynte å sende en del av disse krigsfangene ut til å arbeide der på forskjellige måter. Blant annet ble det tatt opp en hel del stubber her og der som stod igjen av trær som hadde vært felt. Jeg husker vi var ute en dag og skulle arbeide med dette. Jeg må si, jeg syns det riktige var å prøve å gjøre så lite som mulig. Så jeg fant en stor haug av røtter og sånne stubber som hadde vært tatt opp som var pakket sammen, hvor de fremdeles drev og brakte inn. Jeg fant ett sted som lå bak den hvor jeg var vel ute av syne av alle de andre, og jeg satte meg ned der for å gjøre ingenting uten å bli sett. Men plutselig fikk jeg et veldig dunk i hodet. Det var noen idioter, og jeg så dem etterpå. Den ene av dem kjente jeg faktisk. Han var en gutt fra Gjøvik som liksom ville vise kreftene sine ved å kaste disse stubbene så langt de kunne. Så disse hadde kastet den over denne haugen. Og det kom ned i presis i hodet mitt. Heldigvis holdt hodet. Jeg mener, jeg må ha en ganske solid skalle, for den har vært utsatt for en del andre kollisjoner gjennom tiden og har alltid holdt. Jeg har aldri brukket noenting. Jeg må ha nokså solide ben tror jeg. Men i alle fall, jeg hadde hodeverk i flere dager etter det. Og jeg skjelte dem grundig ut, disse fyrene. Særlig han fra Gjøvik. Jeg må si han, senere gikk han inn i denne såkalte norske avdeling av Waffen SS, han ble nazist. Antageligvis ikke så særlig intelligent, nei.

Etter at krigshandlingene i 1940 i Norge var slutt så begynte du på din doktorgrad. Kan du så fortelle oss litt om hvorfor du valgte Riemanns zeta funksjon som tema for den?

Jeg må si, da jeg ble løslatt fra denne fangeleiren på Trandum kom jeg til Oslo. Siden reiste jeg hjem for sommeren, og da arbeidet jeg egentlig ikke med matematikk for en tid. Jeg tenkte at jeg ville slå meg over på noe nytt. Det første jeg tok fatt på var noe som var inspirert av en avhandling av Polya, som jeg så, om "Über ganze ganzwertige Funktionen", hvor han hadde forbedret litegrann et gammelt resultat av Hardy. Jeg så at jeg kunne forbedre det en hel del mer. Så jeg skrev et arbeid om det, og også et annet arbeide hvor jeg behandlet samme problem for funksjoner som tar heltallsverdier både for positive og negative hele tall. Og siden et tredje arbeide om funksjoner som antar heltallsverdier, ikke bare på de hele tall, men

også de deriverte opp til en viss orden tar heltallsverdier. Og jeg kunne vise en del nye resultater i denne retningen. Mitt fokus skiftet nå mot Riemann's zeta-funksjon $\zeta(s)$. Dersom s er reell og større enn 1, så viste Euler produktformelen

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s} = \prod_{p \in \mathcal{P}} (1 - p^{-s})^{-1}$$

der \mathcal{P} betegner primtallene. Riemann viste at $\zeta(s)$, $s = \sigma + it$, kunne utvides til en meromorf funksjon i det komplekse plan \mathbf{C} , med en enkel pol i $s = 1$, og med såkalte trivielle nullpunkter i $-2, -4, -6, \dots$. De ikke-trivielle nullpunktene ligger i den kritiske stripen $0 < \text{Res} < 1$, og Riemann's formodning – også kalt for Riemann-hypotesen – sier at alle ikke-trivielle nullpunkter ligger på den kritiske linjen $\text{Res} = \frac{1}{2}$. Jeg begynte da å tenke på en idé jeg hadde om å prøve å vise eksistensen av nullpunkter til Riemanns zetafunksjon på den kritiske linjen ved å betrakte visse momenter; ikke momenter av zetafunksjonen, men ved å betrakte integraler av denne reelle funksjonen som man kan få når man bruker den symmetriske form av funksjonalligningen

$$\pi^{-s/2} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s) = \pi^{-(1-s)/2} \Gamma\left(\frac{1-s}{2}\right) \zeta(1-s)$$

der Γ betegner gammafunksjonen. Da får man en funksjon som er reell på den kritiske linjen. Ved å ha en viss funksjon og potenser av den ved siden av, og så se på tegnvekslingen av disse momentene, kan man si noe om nullpunktene på linjen. Jeg kunne få noen resultater på denne måten, men de var ikke så særlig gode sammenlignet med hva som var allerede kjent på annen måte. Så jeg kom til at dette var ikke hva jeg burde fortsette med. Så jeg så nærmere på de arbeider som hadde vært gjort, og fremfor alt det arbeid som hadde nådd de skarpeste resultater, et arbeide av Hardy og Littlewood fra omkring 1920. Som vanlig, jeg leste ikke alle detaljene. Jeg har alltid hatt vanskeligheter med å lese andre folks matematikk, men jeg prøvde å se hva som var hovedtrekkene i det, og særlig hva som gjorde at de ikke fikk et skarpere resultat. På slutten av sin avhandling hadde de et avsnitt som behandlet nettopp det, og prøvde å forklare hvorfor de ikke kunne få skarpere resultater med sin metode. Jeg leste særlig dette avsnittet. Jeg tenkte over det, så innså jeg at det var rivende galt hva de hadde skrevet der. Jeg oppdaget, får jeg si, det som var grunnfeilen i deres arbeide, og hva de hadde misforstått. De hadde noen betraktninger hvor de viser at $N_0(T) > \text{konstant} \cdot T$, der $N_0(T)$ er antall nullpunkter på den kritiske linjen mellom 0 og T . Men de hadde påpekt ting om variasjoner av zeta-funksjonens argument, men jeg kom til at det var i virkeligheten variasjonen i amplituden. Jeg mener, det er jo en oscillerende funksjon, og det er så at disse oscillasjoner varierer ganske mye i størrelse fra tid til annen. Som deres metode var, når de brukte disse intervaller som de betraktet, så ble det så at deres metode bare registrerte hva som hendte i de intervaller som hadde eksepsjonelt store oscillasjoner, det ville dominere det hele. Og de ville bare kunne fått noe om... så den kunne ikke virke denne metode. Så jeg fikk den idé å prøve å sette en dempningsfaktor som skulle minske oscillasjonene, men uten selvfølgelig å endre fortegnet på funksjonen noe sted. Så det måtte være et kvadrat selvfølgelig, tenkte jeg, som jeg satte inn der. Hva jeg tenkte først, var å ta en seksjon av Euler

produktet, og å se på kvadratroten av det, og å bruke en del av de første faktorer, og det viste seg at det allerede ledet til en forbedring. Riktignok ikke så langt som man ville ha det, ikke til den riktige størrelsesorden, men til en som var markert større enn det Hardy og Littlewood hadde funnet. Og etter det eksperimenterte jeg med forbedrede dempningsfunksjoner og etterhvert fant jeg frem til at jeg skulle bruke en seksjon av rekkeutviklingen for zeta-funksjonens inverse kvadratroten, og putte inn en dempningsfaktor på koeffisientene der som trappet dem ned, så de ble null etter de nådde en viss potens av, la oss si T , hvis jeg betraktet intervallet fra 0 opp til T , eller fra T til $2T$. Det siste er på en måte lettere, for da arbeider du hele tiden med samme størrelsesorden av T . I alle fall, jeg fant frem til hva som syntes å være den beste dempningsfaktor nemlig å multiplisere med faktoren $(1 - \frac{\log n}{\log z})$ for $n < z$, altså

$$\sum_{n \leq z} \frac{\mu(n)}{n^s} \cdot \frac{\log z/n}{\log z}$$

der μ er Möbius-funksjonen. Da fikk jeg den korrekte størrelsesorden for $N_0(T)$ forholdsvis fort. Det medførte at det var ganske mye komplikasjoner i selve beregningen av disse integraler som svarte til de som Hardy og Littlewood hadde brukt, men med denne dempningsfaktor i tillegg. Det opptrådte en del kompliserte summer som måtte oppskattes. Og det tok en del tid, så mitt arbeide var atskilning lengre enn Hardy og Littlewoods arbeide, selvfølgelig. Men det oppnådde et resultat, som i en retning kan ansees for optimalt, man fikk den riktige størrelsesorden. Det viste at en positiv brøkdel av nullpunktene alltid ville ligge på linjen. Jeg prøvde ikke å oppskatte denne brøkdelen numerisk. Jeg tror om jeg hadde brukt mer energi på å prøve å få god numerisk verdi, så ville det ligget noe sted mellom $1/20$ og $1/10$, jeg skal ikke si presis hvor, for jeg utførte aldri disse regningene. Men jeg var fornøyd med dette resultatet uten å bevise noen konstant. Det var senere en kineser - en elev av Titchmarsh i England - som prøvde å få en konstant, men den var... han kom opp med en veldig liten konstant. Han hadde ikke brukt den metode som jeg ville valgt. Jeg brukte ofte å si i spøk når jeg nevnte dette for noen at Titchmarsh hadde gjort et uheldig valg i denne elev han valgte. Hans kinesiske elev het Min. Og jeg sa at hadde han hatt en tysk elev som het Max, så ville han fått en større verdi. I alle fall, jeg fikk dette resultat, og det tok meg en del tid å skrive det opp og å gi det til, som vanlig, Størmer. Han fikk alle mine arbeider til å fremlegge. Jeg hadde holdt foredrag om dette faktisk i Norsk Matematisk Forening i Oslo, ved universitetet. Og jeg hadde inkludert i dette første arbeidet som jeg skrev, som oppnådde bare en liten forbedring, en fotnote at under trykkingen hadde jeg oppnådd dette resultat at antall nullpunkter opp til T var større enn konstant $\cdot T \log T$. Så selve resultatet var publisert noe tidligere, det kom i disse Trondheimsforhandlingene hvor publikasjonen var nokså kvikk på den tiden.

Dette ble din doktoravhandling?

Det var det jeg valgte som doktoravhandling. Jeg hadde jo publisert en god del arbeider på den tiden, men jeg hadde den idé at en doktoravhandling burde være en mer viktig ting, ikke så veldig kort, men noe som hadde en hel del sider, og denne hadde bortimot 70 sider. Så jeg skrev det opp, og ga det inn som doktoravhandling.

Du disputerte høsten 1943?

Ja, det er riktig, disputasen var i høsten '43⁴.

Dette var under krigen, under okkupasjonen av Norge. Ble det kommunisert til Harald Bohr i Danmark? Det var jo et sensasjonelt resultat!

Det var Störmer som fremla det i Videnskapsakademiet, selvfølgelig. Som opponent var Harald Bohr selvskreven, for det var jo ingen i Norge som var noe særlig kompetent på dette området. Andre opponent var Skolem, som hadde strevet med dette her, selvfølgelig. Det var jo ikke riktig i hans felt får man si. Harald Bohr ville naturlig nok ikke komme til Norge på den tid. Norge var jo okkupert, og Bohr hadde flyktet fra København allerede.

Var han i Sverige?

Han var i Sverige. Niels Bohr var selvfølgelig allerede i USA på den tiden.

Hvordan foregikk da disputasen?

Störmer leste Harald Bohrs rapport. Jeg husker ikke presis noe om ordleggingen. Men han hadde en hel del rosende ord om disse presise oppskatninger som foregikk. Skolem hadde forbedret min engelsk. Det hadde han for så vidt rett i, jeg hadde forholdsvis nylig skiftet over til engelsk. Jeg syntes ikke jeg ville fortsette å skrive tysk. Tysk var mitt beste språk på den tiden, men jeg begynte å lese mer engelsk litteratur, særlig Hardy og Littlewood.

Senere så kom jo noen forbedrede resultater av Norman Levinson, bygde han essensielt sett på dine metoder og teknikker?

Han brukte jo den dempningsfaktor som jeg hadde introdusert, men på en annen funksjon. Hans bevis gir jo en forholdsvis bra konstant, men problemet var at det fungerer bare for zetafunksjonen og for de såkalte Dirichlets L -funksjoner der man har en funksjonalligning som er veldig enkel. Hvis man går til kvadratiske kroppor, eller til de L -funksjoner som man kan få fra modulformer som har Eulerprodukt, så kan man også bevise resultater ved min metode som ikke fås ved Levinsons metode. Dette fordi du ved Levinsons metode får resultat som er en differans mellom to ting, og spørsmålet er om det som du trekker fra er lite nok til at det blir noe igjen. Du må ha en svært god oppskatning på det, og det får du bare når funksjonalligningen er svært enkel. Det nytter ikke for de kvadratiske tallkroppor, for eksempel. For høyere tallkroppor kan en ikke bevise noen ting, for funksjonalligningen er for komplisert til at man kan betrakte disse integralene som skal beregnes.

Du ble som universitets-stipendiat i Oslo arrestert av tyskerne høsten 1943, like etter din disputas, men så slapp du jo fri. Ble da din arbeidssituasjon vanskeligere?

Særlig etter at universitetet var stengt. Jeg ble løslatt etter at jeg hadde vært arrestert, og sikkerhetspolitiet sa at jeg skulle ikke dra tilbake til Oslo, men til mitt hjemsted Gjøvik hvor mine foreldre bodde. Så jeg tilbrakte resten av krigen der og arbeidet der, bortsett fra noen ganger jeg reiste vekk i ferien, men ikke til Oslo. Et par ganger reiste jeg ned til Oslo for å konsultere litteratur på universitetsbiblioteket, som ble holdt åpen, men for å gjøre det måtte jeg ha polititillatelse.

⁴Disputasen fant sted 22. oktober, 1943. Universitetet i Oslo ble stengt av tyskerne 30. november, 1943.

I den tiden arbeidet du da videre med Riemann-hypotesen, eller skiftet du tema?

Jeg arbeidet en del med zetafunksjonen og visse andre problemer. Jeg skrev to større arbeider som var omtrent så store som min doktoravhandling. Et om zetafunksjonen, og det handlet om mulige nullpunkter utenom linjen, og et som behandlet tilsvarende problemer for Dirichlets L -funksjoner, men ikke presist det analoge problemet, for det synes jeg var for trivielt, men man kunne gjøre analogier. Det var en engelsk matematiker, Paley, som hadde begynt å betrakte noe som han kalte "k-analogues". Men hvis man betrakter alle L -funksjoner som hører til modulen k , så er det en viss analogi med hva man har for en enkelt funksjon, når man betrakter dens oppførsel når den imaginære delen varierer på linjen. Så jeg skrev ned en del av disse analogier, jeg forbedret noen av resultatene til Paley, og brukte disse forbedringene. De var skarpe nok til at jeg kunne gjøre analogier til andre resultater, til de som jeg hadde oppnådd i min doktoravhandling. Om $h = \varphi(k)/\log k$, hvor $\varphi(k)$ er en funksjon av k som går mot ∞ , når k går mot ∞ , og $|T| < k^a$, hvor a er en viss positiv konstant, så har "nesten alle" L -funksjoner for modulen k et nullpunkt på linjen $s = \frac{1}{2} + it$ i intervallet $T < t < T + h$. Det fører videre til en del resultater om verdifordelingen av L -funksjonene som jeg fikk senere, og også for verdifordelingen for zetafunksjonen både på og i nærheten av linjen.

Men du publiserte det meste av dine ting da i norske tidsskrifter, ikke i utenlandske?

Vel, jeg hadde noe i kongressberetninger. Kongressberetningen av den Skandinaviske kongress i '38, og også i København. Når var det? I '49? Nuvel, kongressen i København var sommeren i '46, tror jeg.

Men da du oppnådde dette resultatet med den korrekte størrelsesorden på nullpunktene langs den kritiske linje, det vakte vel en veldig oppsikt?

Vel, blant de som kjente til problemet selvfølgelig. Jeg vet ikke om det hadde så mye effekt på folk som ikke var interessert i dette bevis, de hadde jo ingen grunn til å bli særlig opphisset over det.

Men kan vi bare følge opp litt. Vi har hørt at Harald Bohr etter krigen, da det ble åpne linjer mellom USA og Europa, at han ble spurt om hva har skjedd i Europa i matematikk? Hvor han sier at Atle Selberg har skjedd.

Vel, han var ikke så spesifikk, tror jeg. Jeg har hørt historien, og den er mer detaljert på noen punkter. Det var da Siegel kom gjennom Europa først etter krigen, det var i '46. Han hadde kontakt med Harald Bohr og spurte hva som var skjedd, og Harald Bohr sa ikke Atle Selberg, han sa Selberg bare. Men det er vel trolig at han refererte til meg og ikke mine brødre, i den forstand.

Artikeln fortsätter i Normat 2/2008