Hur matematiken bidrog till strukturalismens uppkomst

Osmo Pekonen

Agora Center
Jyväskylä Universitet
osmo.pekonen@jyu.fi

Introduktion

Matematik har i alla tider tillämpats i de sociala vetenskaperna. Exempelvis dyker statistiska metoder upp överallt. Ingenting märkligt med det. Men kunde också matematikens abstrakta strukturer ha tillämpningar i de såkallade 'mjuka vetenskaperna'? Det var i tiderna en stor sensation då gruppteorin fann tillämpningar inom antropologin. Det hör fortfarande till matematisk allmänbildning att veta hur detta gick till.

Det har nyligen påståtts i ett populärverk (Aczel 2006) att den under namnet strukturalism kända filosofiska strömning, som under 1960-talet genomsyrade så gott som varje humanistisk vetenskap, skulle ha fått sin början i studiet av matematiska strukturer och särskilt i den abstrakta klassifikationen av algebraiska strukturer som var central i det berömda Bourbaki-sällskapets verksamhet (Mashaal 2006). Strukturalismen är vid det här laget redan gammal skåpmat, men det besynnerliga är att dess grundare, medlemmen av Franska akademin Claude Lévi-Strauss (1908-2009), blev över 100-årig. Han överlevde många av sina elever och uttolkare - bland vilka Amir D. Aczel (f. 1950) väl hör till de ytligaste, såsom vi i samklang med Sir Michael Atiyah (2007) har påpekat i en kritisk recension (Pekonen 2009) till författarens stora missnöje (Aczel 2010). Ett citat från Mästaren själv[0] satte punkt för också denna debatt (Kantor 2011).

Lévi-Strauss hade som mål att förstå den amerikanska kontinentens och t.o.m. hela världens mytologier med hjälp av ett fåtal elementära strukturer. Han tog till sig intryck från många vetenskapliga och kulturella domäner, exempelvis från lingvistiken och musikvetenskapen, men också från matematiken. Den ryska forskaren Roman Jakobson (1896-1982) introducerade Lévi-Strauss i den lingvistiska teorin som företräddes av den såkallade 'Pragskolan'. Uppslaget till den oreducerbara basenheten mytem i den Lévi-Strausska mytteorin var Ferdinand de Saussures (1857-1913) centrala begrepp fonem. Det väsentliga i strukturalismen är emellertid inte basenheterna i sig utan deras inbördes relationer och de strukturer som

[0] *Ne croyez pas un instant que Bourbaki m'ait emprunté le terme 'structure' ou le contraire, il me vient de la linguistique et plus précisément de l'Ecole de Prague.* (Claude Lévi-Strauss i ett brev till Jean-Michel Kantor)

de bygger upp. Musiken var likaledes en viktig inspirationskälla för Lévi-Strauss. Ett av hans huvudverk, Mythologiques, har på grund av sin fyra beståndsdelar jämförts med Richard Wagners Ring-tetralogi. Lévi-Strauss' finländska elev, semiotikern Eero Tarasti (f. 1948), som är professor i musikvetenskap i Helsingfors universitet, har i sin doktorsavhandling närmare studerat förhållandet mellan myt och musik (Tarasti 1979).

Som strukturalismens tredje grundargestalt vid sidan om Claude Lévi-Strauss och Roman Jakobson kunde matematikern André Weil (1906-1998) lyftas fram. Dessa tre lärda judar befann sig under andra världskriget i exil i New York. På den tiden var Greenwich Village den fria världens intellektuella hub. För en gångs skull samarbetade stora intellektuella med varandra och hjälptes åt i tvärvetenskaplig samverkan. Tillsammans med Jacques Maritain, Henri Focillon och Roman Jakobson grundade Lévi-Strauss ett franskt exiluniversitet vid namn École Libre des Hautes Études. Lévi-Strauss hade utfört antropologiskt fältarbete i Brasilien och innehaft en tjänst i Sâo Paulos universitet. Han ordnade en temporär tjänst för Weil i Sâo Paulo. När läget normaliserades återvände Lévi-Strauss till Paris och disputerade för doktorsgraden 1949 i Sorbonne. Weil å sin sida slog sig ner i Princeton och stannade i Förenta Staterna för gott (Weil 1991).

I sin avhandling i Sorbonne med rubriken Les structures élémentaires de la parenté hade Lévi-Strauss behandlat den nordaustraliska murnginstammens egendomliga regler för giftermål, som han inte hade lyckats begripa. Han vände sig då till sin matematikerbekanta. Weil löste problemet med hjälp av gruppteori. Weils lösning utkom som bilaga i Lévi-Strauss' tryckta avhandling. Hans argument är likväl för omständigt för att presenteras här.

André Weil var grundargestalt för det hemliga Bourbaki-sällskapet som började sin verksamhet i École Normale Supérieure redan kring 1935. Weils märkvärdiga äventyr under vinterkriget i Finland, tidvis under namnet Bourbaki - arrestering för påstått spionage samt utvisning till Sverige - har återgivits i (Pekonen 1992). I Bourbakis verk spelar begreppet struktur en central roll. Bourbakisternas mål var ju att förankra matematiken i några välvalda grundbegrepp, såsom mängd, grupp osv. Förmodligen hade Lévi-Strauss redan tidigt hört talas om Bourbaki-sällskapet av Weil, men han citerar aldrig dess verk, även om han nämner många andra matematiska klassiker såsom Claude Shannon eller Norbert Wiener.

Till sin forskarnatur var Lévi-Strauss en bricoleur, dvs. en 'fixare' och 'tusenkonstnär'. Vid skapandet av sin teori utnyttjade han de intellektuella redskap som råkade finnas tillgängliga. Det formligen kryllar av matematiska metaforer i hans verk. Bland annat förekommer där ofta möbiusband och kleinflaska, precis som i psykoanalytikern Jacques Lacans skrifter.

För en professionell matematiker kan sådana metaforer synas tvivelaktiga. I Jean Bricmonts och Alan D. Sokals kända bok (1997) har ju många franska modeintellektuella - Lacan bland dem - avslöjats som rena rama bluffmakare vad deras kännedom och förståelse av matematiska begrepp beträffar. I Lévi-Strauss' verk förekommer matematiken dock inte uteslutande i form av metaforer, utan också i mera konkreta sammanhang. Vi ska i det följande betrakta några valda tillämpningar av gruppteorin.

Släktskapets elementärstrukturer

Strukturalismens födelsestund kunde kanske dateras till det ögonblick då vissa ursprungsfolks till synes komplicerade regler för giftermål första gången dechiffrerades. Såsom redan antytts är murnginfolkets exempel tämligen komplicerat, och dessutom har det ifrågasatts (Cargal 1996). Således väljer vi att betrakta ett annat läroboksexempel, nämligen den västaustraliska karierafolket.

Stammen i fråga indelas i fyra klaner, dvs. Banaka (A), Karimera (B), Burung (C) och Palyeri (D). (Förkortningarna, som vi framdeles använder, har markerats inom parentes.) Låt

$$S = \{A, B, C, D\}$$

beteckna mängden av karierafolkets klaner. Genom etnografiskt fältarbete har man kunnat påvisa att det inom karierafolket råder följande regler för släktskap, som bestämmer vilka klanmedlemmar tillåts gifta sig med varandra och till vilken klan avkomman ska hänföras:

1)Regler för giftermål:

- A och C kan gifta sig med varandra
- B och D kan gifta sig med varandra

2)Regler för härkomst:

- far A & mor C → barn D
- far C & mor A → barn B
- far B & mor D → barn C
- far D & mor B → barn A

Låt oss nu betrakta några funktioner i mängden S. Låt $e = Id_S : S \to S$ vara en identitetsavbildning. Låt $f : S \to S$ beteckna 'giftermålsfunktionen'. Dess värden framgår ur tabellen nedan:

X	A	B	C	D
f(X)	C	D	A	B

Således är f en involution: $f \circ f = e$

För att beskriva härkomstreglerna behöver vi ännu två funktioner definierade i S: 'Moderskapsfunktionen' $m : S \to S$, som avbildar moderns klan till hennes barns klan. Funktionens värden framgår ur följande tabell:

X	A	B	C	D
f(X)	B	A	D	C

Det framgår tydligt, att också m är en involution: $m \circ m = e$

På motsvarande sätt är 'faderskapsfunktionen' $p : S \to S$ en avbildning av faderns klan till hans barn klan. Faderskapsfunktionen framgår av tabellen:

X	A	B	C	D
f(X)	D	C	B	A

Även denna funktion är en involution: $p \circ p = e$
Sats: $f \circ m = p$.
Bevis: Utsagans riktighet bevisas av följande tabell:

X	A	B	C	D
m(X)	B	A	D	C
f(m(X))	D	C	B	A

Sats: $m \circ f = p$.
Bevis: Låt oss betrakta klanen X. Hustrun till en man av denna klan är av klan $f(X)$. Denna moders barn tillhör klan $m(f(X))$. Å andra sidan tillhör samma barn enligt faderskapsfunktionen klan $p(X)$. Eftersom det är frågan om samma avkomma måste $m(f(X)) = p(X)$. (Utsagan kan likaledes bevisas genom att skriva ut tabellen såsom ovan.)

Låt oss nu betrakta mängden $K = \{e, f, m, p\}$, som innehåller all information om karierafolkets släktskapsregler. Från avbildningarnas förening med operatorn ? kan en matematiker omedelbart utläsa, att det är frågan om en klassisk fyrgrupp (Viergruppe), som Felix Klein upptäckte 1884. Gruppens Cayleytabell är följande:

∘	e	f	m	p
e	e	f	m	p
f	f	e	p	m
m	m	p	e	f
p	p	m	f	e

Nu förstår vi vad strukturalismen handlar om. Vid dagligt tal om släktförhållanden uppstår lätt missförstånd, men reducerar man det hela i matematiska symboler blir allt klart och tydligt. Vi kan enkelt tolka den Kleinska fyrgruppens matematiska egenskaper till vardagsspråk eller vice versa. Ett par exempel klargör saken:

(1) Utsagan $m(m(X)) = X = p(p(X))$ betyder, att varje barns mormor i kariestammen och likaså varje barns farfar tillhör samma klan som barnet självt.

(2) Av utsagan $f \circ m = p$ följer, att en yngling kan gifta sig med sin morbrors dotter.

Bevis: Låt morbrodern i fråga tillhöra klan X. Hans syster är självfallet medlem av samma klan, vilket innebär att ynglingen i fråga genom sin mor är medlem av klan $m(X)$. Morbroderns dotter hör å sin sida till klan $p(X)$. Eftersom $f(m(X)) = p(X)$ är giftermålet tillåtet.

Reglerna för giftermålet kunde utan tvivel tolkas annorlunda. Saken kan undersökas abstrakt. Till exempel förblir Kleins fyrgrupp K invariant under permutation av dess element f, m och p.

Osökt inställer sig frågan, hur och varför dessa släktskapsregler har uppstått. Har de utfärdats av någon schaman i tidernas begynnelse eller har de kommit till genom naturligt urval? Och vad kunde vara meningen med hela systemet? Det kan knappast vara enbart frågan om ett sätt att förhindra incest eller att bevara genetisk mångfald. Den rätta förklaringen torde ligga däri, att hela samhällsstrukturen och arbetsfördelningen i karierastammen baserar sig på klantänkande, vars vidmakthållande och förnyelse garanteras av dessa släktskapsregler. Giftermålsreglerna sammanflätar klanerna till en enhetlig stam, som inte löper risk att hamna i ett inbördeskrig. Lévi-Strauss understryker, att 'pjäserna' i bytesaffärerna mellan klanerna utgörs uttryckligen av kvinnor, aldrig av män. Därför har han ibland beskyllts för att vara en antifeministisk vetenskapsman. Det kan också vara värt att påpeka, att Lévi-Strauss' teorier om släktskapsregler återigen har blivit högst aktuella genom den i Frankrike pågående häftiga samhällsdebatten om homoäktenskapet.

Också bland andra naturfolk har man påträffat invecklade giftermålsregler. Bland typiska fall kan nämnas en viss sexklanig stam bosatt på ön Malekulan i Vanuatu, vars släktskapsregler bestäms av en dihedralgrupp av sjätte ordningen, samt den rentav åttaklaniga nordaustraliska stammen Warlpiri. De utgör standardexempel i den etnomatematiska litteraturen (Ascher 1994).

Också i det fornnordiska samhället har det möjligen funnits liknande giftermålsregler, om också kanske inte lika invecklade. Spår av detta kan möjligen förekomma i det finska språket. Det finska ordet kihla, vilket betyder förlovning, har samma ursprung som svenska språkets gisslan. En jungfru förmäld till en annan klan har nämligen uppfattats som en slags pantfånge som garanterar freden. Kvinnorna användes som maktspelets spelbrickor för att förhindra krig och konflikter.

Släktskapsreglerna styrs av myter, riter och komplicerade bröllopsceremonier som noggrannast observeras av samhällenas eliter, de kungliga dynastierna (i viss mån ännu i dag!). Deras innebörd kan lätt förbli oklar för en fältarbetande antropolog. Strukturalismens mål är emellertid att visa, att världens mytologier inte är godtyckliga sagoberättelser, utan att de rätta vetenskapliga hjälpmedlen - såsom gruppteorin - kan avslöja de exakta strukturer som ligger bakom dem.

Lévi-Strauss' kanoniska formel

Den andra och mer omfattande tillämpningen av gruppteorin i Lévi-Strauss' tänkande utgörs av den kanoniska formeln (Canonical Formula, CF) som han framlade 1955 i sin tolkning av myter. Formeln uttrycks oftast på följande sätt:

$$F_x(a) : F_y(b) :: F_x(b) : F_{a^{-1}}(y)$$

Eftersom Lévi-Strauss inte särskilt noggrant definierar de begrepp han använder måste matematikern nu ge sig en smula till tåls. I den antropologiska litteraturen kallas de variabler som förekommer i formeln inom parentes för karaktärer, medan variablerna i indexläge kallas för funktioner (i detta fall med en annan än den vedertagna matematiska meningen). Den generiska symbolen F kan från fall till fall betyda olika saker, likväl så att F_x och F_y representerar varandras antiteser eller motsatta aktivitetsalternativ: typiskt innebär exempelvis F_x det goda och F_y det onda. Karaktären b är en 'polysemisk operator': den får rollen av en antites beroende på vilken sida i CF den befinner sig. Vidare förutsätter formeln, att man för variabeln a har definierat ett slags 'inverselement' a^{-1}, som vi fritt kallar för dess 'twist'. Funktionen x förblir invariant, med andra ord förändras inte dess läge. Å andra sidan förutsätter formeln, att funktionen y vid förflyttning från vänster till höger kan förvandlas till en karaktär, med andra ord kan dess roll 'twistas'. Härav beror den alternativa benämningen på CF, 'Double Twist'. Tecknet **:** utläses 'förhåller sig till, är i relation till' och tecknet **: :** 'förhåller sig på samma sätt som'. Det är med andra ord frågan om en relation av något slag.

Alla variabler representerar myter eller deras persongestalter eller elementära beståndsdelar, såkallade mytem. Den polysemiska operatorn b kunde vara exempelvis den i mytologin ofta förekommande trickstergestalten, såsom Loke i de isländska sagorna, vars roll kan förvandlas helt oanat. CF:s otydlighet gör den professionella matematikern naturligtvis misstänksam. Vad avses till exempel med ett 'mytems inversmytem', eller 'förhållande mellan myter'? Nu krävs tålamod, fortsatt tålamod.

Redan på 1960-talet hade en slags 'myternas algebra' utvecklats ganska långt tack vare den finländskfödde antropologen Elli-Kaija Köngäs-Maranda (1932-82). Hennes historia är värd att berättas. Elli-Kaija Köngäs föddes i en laestadianfamilj på tolv barn vid Kemi älvdal i Tervola socken i finska Lappland. Också den stora finska antropologen och Sibirienforskaren Matthias Alexander Castrén (1813-52), härstammade från samma socken. Den begåvade Elli-Kaija rönte skolframgång i matematik och i språk, bland annat i latin. Hennes val av karriär påverkades otvivelaktigt av förebilden Castrén. Vid Helsingfors universitet studerade hon folkloristik, historia och lingvistik. År 1959 blev hon Asla-stipendiat i Indiana University i Bloomington, där hon disputerade för doktorsgraden med en avhandling om amerikafinländarnas folklore och där hon gifte sig med den kanadensiska antropologen Pierre Maranda (f. 1930). Paret fältarbetade tillsammans bland folket Lau på Salomonöarna. År 1971 publicerade de en gemensam bok om tolkningen av CF, där CF bland annat tillämpas på finska gåtor. I Paris arbetade Elli-Kaija som Lévi-Strauss' elev. I Radcliffe College bekantade hon sig också med Roman Jakobson. Till hennes minne har The American Folklore Society uppkallat ett pris efter henne. Pierre Maranda har fortsatt sina forskningar i matematisk antropologi i Toronto, där han nyligen redigerade en samlingsvolym kallad The Double Twist (2001), som är tillägnad olika tolkningar av CF. Den innehåller till och med en artikel av Lévi-Strauss. Maranda var också en av festtalarna i Lévi-Strauss' 100-årssymposium i Musée du quai Branly i Paris år 2007.

Låt oss nu uttolka CF formellt matematiskt på ett sätt som den amerikanska forskaren Jack Morava (2003) har föreslagit.

Först bör vi märka att CF är osymmetrisk, eftersom 'Double Twist' (vad det nu kan tänkas betyda) endast äger rum i ena riktningen. Karaktären b förutsätts inte att ha ett 'inverselement', och inte heller förutsätts funktionen x kunna 'twistas' till en karaktär. Följaktligen kan tecknet **: :** inte tolkas som en ekvivalensrelation (emedan symmetriaxiomet inte uppfylls). Snarare bör **: :** utläsas som en transformationsrelation. En matematiker skulle därför hellre beteckna:

$$F_x(a) : F_y(b) \to F_x(b) : F_{a^{-1}}(y)$$

Transformationsrelationen kan förvisso också vara en ekvivalensrelation, förutsatt att symmetrikravet uppfylls. Lévi-Strauss säger ingenting om CF:s kvantifikatorer. Vi vet inte om formeln är avsedd att gälla för alla mytem, eller om meningen är att säga, att det gäller för ett visst mytem. CF:s innehåll torde kunna beskrivas fritt på följande sätt:

'I en tillräckligt stor och koherent mängd av myter kan vi välja 'karaktärerna' a och b samt 'funktionerna' x och y sålunda, att det uppstår en transformation, som avbildar a till b, y till a^{-1} och b till y, men som låter x förbli invariant.'

Anta att transformationen itereras. Vi erhåller då en kedja av transformationer:

$$F_x(a) : F_y(b) \to F_x(b) : F_{a^{-1}}(y) \to F_x(y) : F_{b^{-1}}(a^{-1})$$

I stället för $F_x(a)$ kunde vi lika så väl skriva x/a. Ovanstående kedja kan uttryckas på följande sätt, som är bekant från skolaritmetiken ? ?

$$\frac{x/a}{y/b} = \frac{x/y}{b^{-1}/a^{-1}}$$

vilket kan tjäna som en slags minnesregel.

Vi närmar oss nu gruppteorin. Det ska inom kort framgå, att 'Double Twist'-formeln kan tolkas som en antiautomorfism av kvaterniongruppen av ordning 8[1]. I det följande kommer vi att se vad detta innebär.

Kvaternioner är allom bekanta. De uppfyller räknereglerna

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1.$$

kvaterniongruppen av ordning 8 är följande grupp

$$Q = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}$$

utrustad med räkneregler för kvaternioner. Det är frågan om en icke-kommutativ grupp, som således kan ha en antiautomorfism, det vill säga en inverstransformation, som vid varje produkt mellan två element byter om faktorernas plats. Till exempel avbildningen $\lambda : Q \to Q$, som avbildar $i \to k, j \to i^{-1} = -i, k \to j$, är en antiautomorfism. För att bevisa detta skriver vi

$$\lambda(i \cdot j) = \lambda(k) = j = (-i) \cdot k = \lambda(j) \cdot \lambda(i)$$

och

$$\lambda(j \cdot k) = \lambda(i) = k = j \cdot (-i) = \lambda(k) \cdot \lambda(j)$$

osv. När detta väl har konstaterats, inser vi att parallellen

$$x \leftrightarrow 1, a \leftrightarrow i, y \leftrightarrow j, b \leftrightarrow k$$

bevisar att antiautomorfismen λ och CF, det vill säga 'Double Twist', är en och samma transformation. Den kanoniska formeln CF är således allt annat än gripen

[1]Det finns två icke-abelska grupper av ordning åtta, den dihedrala gruppen och kvaterniongruppen, den senare är unikt inbäddad i kvaternionerna upp till konjugering Man kan således även tala om kvaterniongrupper av ordning 8, och den nedan kan ses som den kanoniska *Red. anm.*

ur luften, eftersom den motsvaras av ett icke trivialt och konsistent matematiskt fenomen!

Gruppen Q har också andra antiautomorfismer. Följaktligen finns det många olika sätt att uttrycka 'Double Twist'. Lévi-Strauss presenterar själv en alternativ formulering i sin bok La potière jalouse:

$$F_x(a) : F_y(b) :: F_y(x) : F_{a^{-1}}(b)$$

Formeln ser redan vid första ögonkastet annorlunda ut än den ursprungliga CF. Transformationen överför nu x till y, a till x och y till a^{-1}, medan b förblir invariant. Motsvarigheten

$$x \leftrightarrow i, a \leftrightarrow k, y \leftrightarrow j, b \leftrightarrow 1$$

visar emellertid, att det är frågan om en annan automorfism av Q, låt oss säga σ , som definieras av

$\sigma(i) = j, \sigma(j) = k - 1 = -k, \sigma(k) = i.$

De två nämnda antiautomorfismerna skiljer sig från varandra endast med avseende å en cyklisk permutation $\tau : i \to j \to k \to i$ (som är Q:s yttre automorfism). I själva verket är $\lambda = \sigma \circ \tau$.

CF lägger i dagen en rik matematisk struktur, som vi kan manipulera och abstrahera för att utröna kunskap om myternas korrespondenser.

Tolkning av en jivaromyt medels den kanoniska formeln

Hur vacker CF än må vara, har den misstänksamma matematikern alltid skäl att fråga sig, *varför* myter eller mytem överhuvudtaget skulle uppfylla den ena eller andra matematiska formeln.

Lévi-Strauss ger inget svar på frågan. Med geniets rätt förkunnar han utan omsvep, att CF gäller, och därmed basta. Hypotheses non fingo, kunde också vara hans svar. Inte heller ursäktade sig Newton, varför planeterna rörde sig såsom hans tyngdlag förutsade att de skulle göra.

Nu är det på tiden att ta en titt på en konkret myt och undersöka, om CF är till någon nytta i dess tolkning. Läroboksexemplet finner vi i Lévi-Strauss' bok La potire jalouse (Den svartsjuka krukmakarinnan). I sina forskningar tar Lévi-Strauss hänsyn till myternas dynamik: deras variationer och upprepningar, försvunna eller korrumperade myter och myter som inte ens ha uppstått. Allra intressantast blir CF - liksom för övrigt vilken naturlag som helst - om den har förmågan till precisa förutsägelser, med andra ord om den gör det möjligt att rekonstruera en försvunnen eller en ännu icke uppstådd myt.

Vid gränsområdet mellan Peru och Ecuador lever jivarofolket, som har blivit känt som huvudkrympare. Finländaren Rafael Karsten (1879-1956) var en internationellt erkänd pionjär inom jivaroforskningen. Han besökte jivarofolket våren 1918. Karsten upptecknade följande jivaromyt:

> Länge sedan bodde Solen och Månen på jorden. De hade ett gemensamt bo och en gemensam hustru vid namn Aôho. Hustrun gillade Solen mer än Månen. Då Solen yvades över detta steg den förnärmade Månen upp på himlen

längs en klängväxt och förmörkade Solen. Aôho började då jaga Månen meddragande sina krukmakarredskap. Månen lyckades smita undan genom att bryta av klängväxten, som förenade himlen med jorden. Aôho föll ner så att leran stänkte överallt på jorden. Den döda Aôho förvandlades till en fågel med samma namn, dvs. 'getmjölkaren' (latin: Caprimulgus, svenska: nattskärra). Trots idoga försök lyckades Solen aldrig mer komma på en omloppsbana med Månen och de blev aldrig vänner.

Mytens avsikt är att förklara svartsjukans ursprung. Om två män inte kan dela på samma kvinna beror det på att Solen och Månen en gång tävlat om Aôhos gunst.

Lévi-Strauss tar sig nu an en tolkning av myten med sin formel CF. Låt oss först definiera karaktärerna och funktionerna på följande sätt:

a = getmjölkaren
b = kvinnan
x = svartsjuka
y = krukmakeri

Enligt CF:

Getmjölkarens svartsjukefunktion förhåller sig till kvinnans krukmakerifunktion på samma sätt som kvinnans svartsjukefunktion förhåller sig till krukmakeriets funktion vid namn 'invers-getmjölkaren'.

Invers-getmjölkaren a^{-1} är en tillsvidare obekant storhet: en fågelart, som verkar på ett rakt motsatt sätt än 'getmjölkaren' a eller dess urbild Aôho.

Nu förutsäger CF:

1) att det existerar en fågelart med anknytning till krukmakeri

2) att fågelarten i fråga har någon motsvarighet med kvinnan i avseende å svartsjuka

Mycket riktigt finner Lévi-Strauss en fågel med dessa egenskaper på jivarornas bosättningsområden. Det är frågan om den röda horneron (*Furnarius rufus*). För jivarofolket är fågeln välkänd, men den förekommer inte i deras myter. Den röda horneron använder sig skickligt av lera i byggnaden av sitt bo. Den är också sinnebilden för äktenskaplig trofasthet, eftersom både honan och hanen sjunger för varandra under byggnaden av sitt gemensamma bo. Således måste den röda horneron vara getmjölkarens inverselement. I princip kunde jivarorna alltså ha - de kanske har haft eller kommer någon gång i framtiden att ha - en myt som berör den röda horneron, vars struktur förebådas av CF.

Lévi-Strauss' och hans efterföljares verk är fyllda av liknande tillämpningar av CF. Somliga är mer trovärdiga än andra.

Den professionella matematikern torde knappast ännu heller låta sig övertygas. Vi kan emellertid inte vägra andra vetenskapers företrädare att fröjdas över den skönhet de upptäcker. Lévi-Strauss' antropologi har också en estetisk tolkning (Wiseman 2007). De gustibus non est disputandum. Matematiska antropologer må ha rätt att säga, att den myt som överensstämmer med Lévi-Strauss' formel CF är estetiskt tillfredsställande.

Perspektiv

Man kan inte förneka att matematikern André Weil bidrog till strukturalismens tillkomst. Aczel (2006) har kraftigt men utan dokumentation betonat hela Bourbakiverksamhetens betydelse som strukturalismens utgångspunkt. Hans påståenden förefaller dock överdrivna. Aubin (1997) nöjer sig mer anspråkslöst att karakterisera bourbakismen som strukturalismens parallellfenomen, en slags manifestation av 60-talets sjudande Zeitgeist. En definitiv historia av Bourbakifenomenet i sin intellektuella kontext har aldrig skrivits. Vetenskapsjournalist Mashaals (2006) uppfattning om Bourbakiseminariets historia är i alla fall mer tillförlitlig än Aczels (Pekonen 2006, Atiyah 2007).

Gruppteorins tillämpning på vissa urfolks giftermålsregler är det tydligaste exemplet på matematiska strukturers betydelse inom antropologin. CF däremot är mer en trosfråga. Somliga antropologer tillämpar den hängivet på sitt forskningsmaterial, andra gör det inte alls. Den engelska antropologen Sir Edmund Leach (1910-1989) ansåg CF vara 'oväsentlig abrakadabra'. Den bild av Lévi-Strauss som Leach rätt tidigt (1970) förmedlade åt den engelskatalande världen - bland annat åt många finländska forskare - var tämligen negativ. Således fick Lévi-Strauss abstrakta tankegånger aldrig något större genomslag i Finland. Hans begåvade elev Elli-Kaija Köngäs-Maranda fick ingen ställning i Helsingfors universitet utan dog under tragiska omständigheter i Kanada i en ålder av 50 år.

Lévi-Strauss' berömdaste bok Tristes tropiques (1955) översattes till svenska redan 1959 men till finska först 1997 (Pekonen 1998). I Sverige fick Lévi-Strauss väsentligaste skrifter i strukturalism stor spridning genom en översatt antologi (Lévi-Strauss 1969). I CF:s uppkomsthistoria är det i varje fall intressant att lägga märke till de två finländska antropologernas, Rafael Karstens och Elli-Kaija Köngäs-Marandas, insatser.

CF har kommit för att stanna i den antropologiska litteraturen. Det bevisar Pierre Marandas samlingsvolym The Double Twist (2001), som utvidgar CF:s tillämpningsdomäner till många nya branscher. Lévi-Strauss själv har upptäckt CF i den sakrala arkitekturen. Enligt honom återspeglar den timglasformade konstruktion, som förekommer i vissa folks heliga sävhyddor och tempel, den kanoniska formeln i våra mentala och materiella strukturer. Den ur matematikerns synvinkel intressantaste artikeln i volymen bjuder René Thoms elev Jean Petitot på. Han ger en nytolkning av CF i termer av katastrofteorin: Double Twist blir då Double Cusp. Denna morfogenetiska tolkning av CF är matematiskt explicit och eventuellt användbar i musikteorin. I musikens geometrisering har man som bekant utforskat allt djupsinnigare strukturer inom algebraisk geometri och differentialtopologi (Mazzola 2002).

Tarasti (1979) har påträffat CF i många av Wagners operaintriger. Exempelvis hamnar Siegfried eller Brúnnhilde ibland i den polysemiska operatorns b ställning. Petitots morfogenetiska modell kunde kanske bättre illustrera, hur detta återspeglas i själva musiken.

Såsom avslutning kan vi lekfullt konstatera, att myth och math står nära varandra: det är ju bara en bokstav som skiljer!

Litteratur:

Aczel, Amir D. (2006). *The artist and the mathematician. The story of Nicolas Bourbaki, the genius mathematician who never existed.* New York: Thunder's Mouth Press.

Aczel, Amir D. (2010). Response to a review of my book. *The Mathematical Intelligencer* 32:2, s. 2.

Ascher, Marcia (1994). *Ethnomathematics: a multicultural view of mathematical ideas.* New York: Chapman & Hall/CRC.

Atiyah, Michael (2007). Recension av Aczel (2006) och Mashaal (2006). *Notices of the American Mathematical Society* 54:9, ss. 1150-1152.

Aubin, David (1997). The withering immortality of Nicolas Bourbaki: a cultural connector at the confluence of mathematics, structuralism and the Oulipo in France. *Science in Context* 10 (2), ss. 297-342.

Bricmont, Jean & Alan D. Sokal (1997). *Impostures intellectuelles.* Paris: Odile Jacob.

Cargal, James M. (1996). An analysis of the marriage structure of the Murngin tribe of Australia. *Behavioral Science* 23 (3), ss. 157-168.

Kantor, Jean-Michel (2011). Bourbaki's structures and structuralism. *The Mathematical Intelligencer* 33:1, s. 1.

Köngäs-Maranda, Elli-Kaija & Pierre Maranda (1971). *Structural models in folklore and transformational essays.* Haag: Mouton.

Leach, Edmund (1970). *Lévi-Strauss.* London & New York: Fontana Modern Masters. Samma år även i finsk översättning av Arto Kytöhonka. Helsingfors: Tammi.

Lévi-Strauss, Claude (1949). *Les structures élémentaires de la parenté.* Paris: PUF.

Lévi-Strauss, Claude (1955). The structural study of myth. *Journal of American Folklore* 78 (270), ss. 428-444.

Lévi-Strauss, Claude (1964-71).*Les mythologiques: Le cru et le cuit* (1964). *Du miel aux cendres* (1967). *L'origine des manires de table* (1968). *L'homme nu* (1971). Paris: Plon.

Lévi-Strauss, Claude (1969). *Claude Lévi-Strauss och strukturalismen: texter.* Översatta och sammanställda av Jan Anward och Gunnar Olofsson. Stockholm: Zenit.

Lévi-Strauss, Claude (1985). *La potire jalouse.* Paris: Plon.

Lévi-Strauss, Claude (1955). *Tristes tropiques.* Paris: Plon. Svensk översättning *Spillror av paradiset* (1959) av Gun och Nils A. Bengtsson. Stockholm: Bonnier. Finsk översättning *Tropiikin kasvot* (1997) av Ville Keynäs. Helsingfors: Loki.

Maranda, Pierre (red.) (2001). *The Double Twist. From ethnography to morphodynamics.* Toronto, Buffalo & London: University of Toronto Press.

Mashaal, Maurice (2006). *Bourbaki, a secret society of mathematicians.* Providence, R.I.: The American Mathematical Society.

Mazzola, Guerino (red.) (2002). *The topos of music.* Basel: Birkhäuser.

Morava, Jack (2003). *On the canonical formula of C. Lévi-Strauss.* arXiv:math/0306174v2

Pekonen, Osmo (1992). L'affaire Weil Helsinki en 1939. *Gazette des mathématiciens* 52 (avril 1992), ss. 13-20.

Pekonen, Osmo (1998). Tropiikin ihanat ja julmat kasvot. *Helsingin Sanomat*, 18 januari. Recension av översättningen 'Tropiikin kasvot'.

Pekonen, Osmo (2006). Recension av Mashaal (2006). *The Mathematical Intelligencer* 28:3, ss. 68-69.

Pekonen, Osmo (2009). Recension av Maranda (2001) och Aczel (2006). *The Mathematical Intelligencer* 31:3, 57-61.

Tarasti, Eero (1979). *Myth and music. A semiotic approach to the aesthetics of myth in music, especially that of Wagner, Sibelius and Stravinsky.* Haag: Mouton.

Weil, André (1991). *Souvenirs d'apprentissage.* Basel: Birkhäuser.

Wiseman, Boris (2007). *Lévi-Strauss, anthropology, and aesthetics.* Cambridge: Cambridge University Press.